

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/324835318>

# ОСНОВЫ БАЛЛИСТИКИ И АЭРОДИНАМИКИ

Book · April 2018

CITATIONS

0

READS

5,543

1 author:



I. A. Balagansky

Novosibirsk State Technical University

43 PUBLICATIONS 148 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Investigation of detonation processes and energy focusing phenomenon in explosion systems which include high modulus elastic elements [View project](#)

Министерство образования и науки Российской Федерации  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

И.А. БАЛАГАНСКИЙ

# ОСНОВЫ БАЛЛИСТИКИ И АЭРОДИНАМИКИ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК  
2017

УДК 623.5:533.6(075.8)  
Б 20

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор *С.Д. Саленко*  
канд. техн. наук, доцент *К.Е. Милевский*

**Балаганский И.А.**

Б 20 Основы баллистики и аэродинамики : учебное пособие /  
И.А. Балаганский. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2017. – 200 с.

ISBN 978-5-7782-3412-3

Приведены основные понятия внутренней и внешней баллистики ствольных систем и пороховых ракет. Даны также понятия основ аэродинамики.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности «Боеприпасы и взрыватели».

УДК 623.5:533.6(075.8)

ISBN 978-5-7782-3412-3

© Балаганский И.А., 2017  
© Новосибирский государственный  
технический университет, 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	7
Введение .....	8
В1. Предмет внутренней баллистики .....	8
В2. Явление выстрела .....	8
В3. Пиродинамические кривые .....	10
В4. Параметры внутренней баллистики .....	12
В5. Задачи внутренней баллистики .....	14
1. ПИРОСТАТИКА .....	15
1.1. Виды пороха .....	15
1.2. Физико-химические характеристики пороха .....	16
1.3. Баллистические характеристики пороха .....	18
1.4. Геометрические характеристики пороха .....	19
1.5. Механизм горения пороха .....	20
1.6. Скорость горения пороха .....	21
1.7. Горение порохового заряда .....	23
1.8. Закон образования пороховых газов .....	25
1.9. Характеристики формы порохового зерна .....	28
1.10. Быстрота газообразования .....	29
1.11. Коэффициент прогрессивности пороха .....	30
1.12. Уравнение состояния пороховых газов .....	31
1.13. Свободный объем камеры .....	32
1.14. Давление пороховых газов в постоянном объеме .....	33
2. ПИРОДИНАМИКА .....	35
1.1. Параметры нарезов и ведущих поясков .....	35
2.2. Уравнение поступательного движения снаряда .....	37
2.3. Уравнение вращательного движения снаряда .....	40

2.4. Преобразование энергии при выстреле .....	42
2.5. Основное уравнение пиродинамики .....	43
2.6. Работы, совершаемые порохowymi газами .....	46
3. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ .....	49
3.1. Содержание основной задачи внутренней баллистики .....	49
3.2. Система уравнений при аргументе $t$ .....	50
3.3. Характеристика методов решения системы уравнений .....	54
3.4. Решение системы уравнений для второго периода .....	56
3.5. Система уравнений при аргументе $z$ .....	61
3.6. Интегрирование системы уравнений в первом периоде .....	65
3.7. Система уравнений при аргументе $x$ .....	69
3.8. Составление таблиц внутренней баллистики .....	73
3.9. Устройство таблиц внутренней баллистики ГАУ .....	74
4. ВНУТРЕННЯЯ БАЛЛИСТИКА РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ .....	77
4.1. Конструктивная схема РДТТ .....	77
4.2. Принцип действия РДТТ .....	79
4.3. Рабочие характеристики РДТТ .....	81
4.4. Процессы, происходящие в камере РДТТ .....	83
4.5. Приход пороховых газов .....	85
4.6. Расход пороховых газов .....	87
4.7. Зависимость давления пороховых газов в камере РДТТ от времени .....	91
4.8. Равновесное давление пороховых газов .....	94
5. ВНЕШНЯЯ БАЛЛИСТИКА И АЭРОДИНАМИКА .....	97
5.1. Краткие сведения из истории внешней баллистики и аэродинамики .....	99
5.2. Теория полета снаряда в пустоте .....	104
5.3. Выводы и практическое применение теории полета в пустоте .....	108
5.4. Движение снаряда в воздушном пространстве .....	111
6. НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ .....	113
6.1. Уравнение Бернулли .....	113
6.2. Физические факторы, определяющие сопротивление воздуха движению артиллерийского снаряда .....	115
6.2.1. Вязкость .....	115

6.2.2. Образование вихрей .....	117
6.2.3. Образование баллистической волны .....	118
6.2.4. Эффект Магнуса .....	120
7. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ЗЕМЛЕ И АТМОСФЕРЕ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ .....	123
7.1. Ускорение Кориолиса .....	123
7.2. Атмосфера .....	124
7.3. Международная стандартная атмосфера и нормальная артилле- рийская атмосфера .....	125
7.4. Относительная плотность воздуха .....	125
7.5. Ветер .....	126
8. ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА ДВИЖЕНИЮ СНАРЯДА .....	127
8.1. Физическая картина обтекания тела .....	127
8.2. Аэродинамические силы и коэффициенты аэродинамических сил .....	129
8.3. Дозвуковое и сверхзвуковое обтекание .....	131
8.4. Аэродинамическая устойчивость снаряда .....	133
8.5. Расчетное и опытное определение аэродинамических коэффици- ентов снарядов .....	136
8.6. Формулы сопротивления воздуха движению артснарядов .....	137
8.7. Законы сопротивления .....	139
8.8. Определение коэффициента формы .....	140
8.9. Наивыгоднейшие формы снарядов .....	141
9. ИСПЫТАНИЯ БОЕПРИПАСОВ .....	143
9.1. Испытательные полигоны .....	143
9.2. Определение скорости полета снаряда .....	144
9.3. Опытное определение силы сопротивления воздуха .....	145
9.4. Определение дальности стрельбы .....	146
10. ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ .....	147
10.1. Уравнения, описывающие движение снаряда в воздухе .....	147
10.2. Уравнение годографа .....	150
10.3. Угол наибольшей горизонтальной дальности .....	151
10.4. Силы, действующие на вращающийся снаряд .....	151
10.5. Элементы теории гироскопов .....	153

10.6. Поведение вращающегося снаряда на траектории .....	154
10.7. Расчет устойчивости и правильности полета снаряда .....	155
11. БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ СБОРНИКИ И ТАБЛИЦЫ .....	159
11.1. Понятие о численном интегрировании .....	159
11.2. Баллистические таблицы .....	159
11.3. Основные понятия теории поправок .....	161
12. БАЛЛИСТИКА МИН, АВИАБОМБ И РЕАКТИВНЫХ СНАРЯДОВ ....	165
12.1. Особенности баллистики мин и расчет их траекторий .....	165
12.2. Баллистика авиационных бомб .....	168
12.3. Баллистика неуправляемых ракет .....	171
13. РАССЕЙВАНИЕ СНАРЯДОВ ПРИ СТРЕЛЬБЕ .....	174
13.1. Закон рассеивания .....	174
13.2. Схема двух групп ошибок .....	177
13.3. Определение вероятных отклонений по результатам отстрелов .....	180
13.4. Факторы, определяющие рассеивание .....	181
13.5. Уменьшение рассеивания .....	182
13.6. Анализ неудовлетворительных результатов испытаний по кучности .....	183
14. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО СНАРЯДА .....	185
14.1. Управляющие силы и моменты .....	185
14.2. Наведение снаряда на цель .....	186
Вопросы для самоконтроля .....	189
Библиографический список .....	193
Приложения .....	194
Приложение 1. Таблица функции $T(bz, m)$ .....	194
Приложение 2. Таблицы внутренней баллистики ГАУ .....	196

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

В учебном пособии содержатся основные понятия внутренней и внешней баллистики ствольных систем и пороховых ракет. Для лучшего понимания материала даны необходимые понятия основ аэродинамики тел вращения. Поскольку практически во всей литературе по внутренней и внешней баллистике используется своеобразная «артиллерийская» система единиц, в основе которой лежит техническая система единиц, в данном курсе также используется эта система. Таким образом, читатели смогут после усвоения курса легко читать, понимать и использовать классические источники в своей практической работе.

В предлагаемом пособии не рассматриваются такие современные системы вооружения, как высокоточное оружие, гиперзвуковые ракетные системы и другие современные и перспективные образцы вооружения. Они составляют предмет изучения других курсов, читаемых студентам. Знание базовых понятий этого курса позволит студентам легко разобраться с особенностями современных систем. По сути, в основе их работы лежат те же закономерности, которые изложены в настоящем учебном пособии.



# **ВВЕДЕНИЕ**

## **В 1. ПРЕДМЕТ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ**

Внутренняя баллистика – одна из основных артиллерийских технических наук, которая изучает закономерности явлений и процессов, протекающих при выстреле во время сгорания заряда в канале ствола огнестрельного оружия или в камере твердотопливной ракеты.

Выстрел из орудия – сложный термодинамический и газодинамический процесс очень быстрого превращения химической энергии пороха сначала в тепловую, а затем в кинетическую энергию пороховых газов, приводящих в движение снаряд, ствол и лафет.

Движение ракеты возникает под действием силы реакции газов, образующихся при сгорании заряда твердого топлива в ракетной камере и вытекающих из нее через расширяющееся сопло, причем в ракете боевая часть, приборы управления и двигатель в виде достаточно длинной камеры с соплом составляют одно целое.

Совокупность процессов, происходящих с момента воспламенения заряда до момента окончания истечения газов из канала ствола орудия после вылета снаряда или из сопла ракеты, называется явлением выстрела. Можно сказать, что предметом изучения внутренней баллистики является явление выстрела.

## **В 2. ЯВЛЕНИЕ ВЫСТРЕЛА**

Явление выстрела состоит из следующих процессов:

- 1) воспламенение пороха;
- 2) горение пороха;
- 3) образование пороховых газов;
- 4) изменение состава пороховых газов;
- 5) расширение пороховых газов;
- 6) поступательное движение снаряда;

- 7) вращательное движение снаряда;
- 8) движение пороховых газов;
- 9) движение элементов порохового заряда;
- 10) движение откатных частей орудия;
- 11) врезание ведущих поясков снаряда в нарезы;
- 12) трение ведущих частей снаряда о поверхность канала ствола;
- 13) износ и разгар канала ствола;
- 14) теплопередача от пороховых газов к стенкам ствола;
- 15) упругие деформации ствола;
- 16) упругие и пластические деформации снаряда;
- 17) вытеснение воздуха из канала ствола;
- 18) истечение пороховых газов из канала ствола;
- 19) образование дульной волны и дульного пламени.

Из перечисленных процессов выделим основные:

- 1) горение пороха;
- 2) образование пороховых газов;
- 3) расширение пороховых газов;
- 4) поступательное движение снаряда;
- 5) истечение пороховых газов из канала ствола.

Эти процессы изучаются подробно. Остальные процессы, хотя и имеют большое самостоятельное значение, при изучении движения снаряда играют подчиненную роль. Они называются второстепенными процессами и рассматриваются во внутренней баллистике лишь в той мере, в какой это способствует раскрытию характера движения снаряда.

Явление выстрела характеризуется кратковременностью, высокими давлениями и высокими температурами. Продолжительность явления выстрела в орудии определяется десятками и даже сотыми долями секунды. В канале ствола орудия развивается давление до  $4000 \text{ кгс/см}^2$ , и температура будет превышать  $2000 \text{ К}$ .

Горение пороха в постоянном объеме изучается в разделе внутренней баллистики, называемом пиростатикой, а горение пороха в переменном объеме при движении снаряда по каналу ствола – в разделе, называемом пиродинамикой.

Во внутренней баллистике при изучении явления выстрела рассматривают пять последовательных периодов.

1. Предварительный, или пиростатический, период – от момента начала воспламенения заряда до момента начала движения снаряда.

2. Период форсирования – от момента начала движения снаряда до момента окончания врезания ведущих поясков снаряда в нарезы.

3. Первый, или пиродинамический, период – от момента окончания врезания ведущих поясков снаряда в нарезы до момента окончания горения пороха.

4. Второй, или термодинамический, период – от момента окончания горения пороха до момента вылета.

5. Период последствия – от момента вылета до момента окончания истечения пороховых газов из канала ствола.

В артиллерийских орудиях обычно имеют место все перечисленные периоды. В минометах, как правило, отсутствует период форсирования.

В периоде форсирования и пиродинамическом периоде одновременно совершается большое число процессов явления выстрела. Поэтому эти периоды наиболее сложные.

### **В 3. ПИРОДИНАМИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ**

Во внутренней баллистике изучаются зависимости пути  $l$  и скорости  $v$  снаряда относительно ствола и давления пороховых газов  $p$  от времени  $t$ . Графики этих зависимостей называются пиродинамическими кривыми, а величины  $l$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $t$  – пиродинамическими элементами. Под величиной  $p$  понимают баллистическое давление, т. е. среднее одинаковое в данный момент времени во всех точках заснарядного пространства давление. На рис. 1.1 показаны примерные пиродинамические кривые в функции от времени. За начало отсчета времени принимается момент начала движения снаряда.

Представляют также интерес пиродинамические кривые в функции от пути, показанные на том же рисунке. Как видим, кривые пути, скорости и времени являются монотонными, а кривая давления имеет максимум, которому отвечает наибольшее давление пороховых газов.

Пиродинамические кривые имеют четыре опорные точки, отвечающие моментам: начала движения снаряда, достижения максимума давления, окончания горения пороха и моменту вылета. Величины пиродинамических элементов в опорных точках будем обозначать соответственно индексами: 0,  $m$ ,  $k$ ,  $d$ . Например:  $p_0$ ,  $p_m$ ,  $l_k$ ,  $v_d$ .

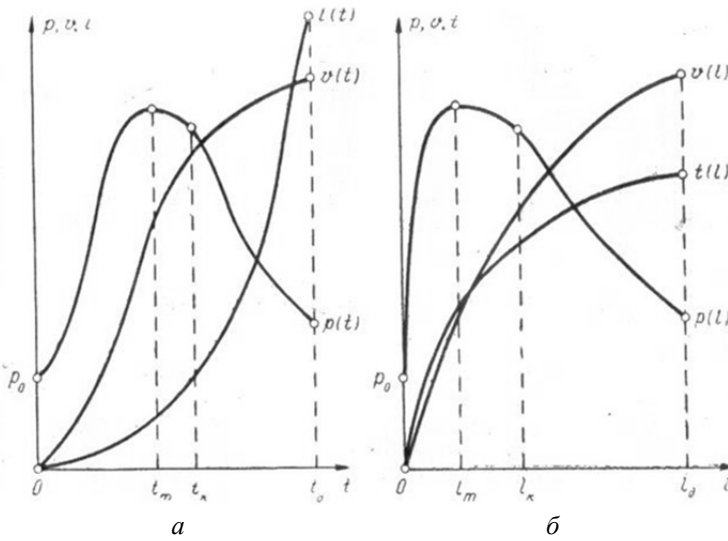


Рис. В1. Пиродинамические кривые:  
 а – при аргументе  $t$ ; б – при аргументе  $l$

Точка, отвечающая максимуму давления, определяется условием

$$\left( \frac{dp}{dl} \right)_m = 0.$$

Может оказаться, что полученная из этого условия величина пути  $l_m$  будет больше величины  $l_k$ , отвечающей моменту окончания горения пороха, т. е. в орудии порох сгорит раньше, чем снаряд пройдет путь  $l_m$ . Тогда наибольшим давлением пороховых газов будет давление  $p_k$  в момент окончания горения пороха, а аналитический максимум, определяемый приведенным условием, становится нереальным. Этот случай будем называть случаем неаналитического максимума. Подобного рода кривые давления часто встречаются в минометах.

Разработка методов расчета пиродинамических элементов составляет содержание основной задачи внутренней баллистики.

Пиродинамические кривые могут быть зафиксированы на опыте, причем анализ опытных кривых – один из основных экспериментальных путей изучения явления выстрела.

#### В 4. ПАРАМЕТРЫ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ

Введем понятие артиллерийской системы, под которой будем понимать систему, состоящую из орудия, снаряда и порохового заряда. Артиллерийская система во внутренней баллистике характеризуется конструктивными параметрами и параметрами заряжания.

##### *Конструктивные параметры*

$d$  – калибр орудия;

$s$  – площадь поперечного сечения канала ствола. Во внутренней баллистике принято для расчета площади поперечного сечения канала ствола использовать следующую формулу:

$$s = k_s d^2,$$

где  $k_s$  – коэффициент, зависящий от устройства нарезной части канала ствола:  $k_s = 0,79$  при отсутствии нарезов;  $k_s = 0,81$  при глубине нарезов в 1 % от калибра;  $k_s = 0,83$  при глубине нарезов в 2 % от калибра;

$W_0$  – объем каморы;

$l_{\text{кам}}$  – длина каморы;

$l_0$  – приведенная длина каморы,

$$l_0 = \frac{W_0}{s},$$

$\chi$  – коэффициент уширения каморы,

$$\chi = \frac{l_0}{l_{\text{кам}}},$$

$l_{\text{д}}$  – полная длина пути снаряда;

$L_{\text{кн}}$  – длина канала ствола,

$$L_{\text{кн}} = l_{\text{д}} + l_{\text{кам}},$$

$W_{\text{кн}}$  – объем канала ствола,

$$W_{\text{кн}} = s l_{\text{д}} + W_0.$$

### Параметры заряжания

$q$  – вес снаряда;  
 $\omega$  – вес порохового заряда;  
 $\omega_{\text{в}}$  – вес воспламенителя;  
 $\Delta$  – плотность заряжания,

$$\Delta = \frac{\omega}{W_0};$$

$f$  – сила пороха;  
 $\alpha$  – коволюм пороховых газов;  
 $\delta$  – плотность пороха;  
 $\theta$  – параметр расширения пороховых газов;  
 $u_1$  – коэффициент скорости горения;  
 $I_{\text{к}}$  – конечный импульс давления пороховых газов;  
 $2e_1$  – толщина горящего свода порохового зерна;  
 $\kappa, \lambda, \mu$  – характеристики формы порохового зерна;  
 $p_0$  – давление форсирования.

В дальнейшем будут даны определения перечисленных параметров. Сейчас же дадим определение только для трех параметров.

Объемом камеры называется объем заснарядного пространства канала ствола в момент начала движения снаряда. При унитарном заряде за объем камеры принимают внутренний объем гильзы, спатронированной со снарядом. При раздельном заряде за объем камеры принимают объем заснарядного пространства при досланном до упора в переходный конус снаряде.

Длина камеры равна расстоянию от дна канала ствола до сечения, в котором находится дно снаряда в момент начала движения.

Полная длина пути снаряда равна расстоянию от дульного среза ствола (без дульного тормоза) до сечения канала ствола, в котором находится дно снаряда в момент начала движения. Если известна длина нарезной части канала ствола  $l_{\text{н}}$ , то величину полной длины пути снаряда можно найти по формуле

$$l_{\text{д}} = l_{\text{н}} + \lambda_{\text{сн}},$$

где  $\lambda_{\text{сн}}$  – расстояние от передней кромки ведущего пояска до дна снаряда.

## **В 5. ЗАДАЧИ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ**

Во внутренней баллистике решаются прямые и обратные задачи. Прямая задача состоит в отыскании пиродинамических элементов по заданным параметрам внутренней баллистики. При этом считается, что артиллерийская система существует. Обратная задача состоит в отыскании одного или нескольких параметров внутренней баллистики по заданным пиродинамическим элементам. Эта задача решается при проектировании новой или модернизации существующей артиллерийской системы.

Для проектирования всех элементов артиллерийского вооружения: ствола, лафета, снаряда, взрывателя, заряда, гильзы – внутренняя баллистика дает исходный материал в виде пиродинамических кривых и рекомендаций о путях отыскания оптимальных баллистических решений. Специальный раздел внутренней баллистики посвящен теории баллистического проектирования артиллерийской системы.

Внутренняя баллистика способствует повышению кучности и меткости стрельбы. Теория поправок позволяет вычислять изменения дульной скорости снаряда и наибольшего давления пороховых газов при малых изменениях параметров внутренней баллистики.

Знание внутренней баллистики помогает правильно организовать эксплуатацию артиллерийского вооружения, избежать тяжелых аварий при стрельбе, сделать стрельбу эффективной и полностью безопасной. Внутренняя баллистика вместе с другими артиллерийскими науками дает ответы на все вопросы артиллерийской практики.

В развитии внутренней баллистики выдающуюся роль сыграли русские и советские ученые-артиллеристы и среди них П.М. Альбицкий (1836–1888), Н.В. Майевский (1823–1892), А.Ф. Бринк (1851–1917), Н.А. Забудский (1853–1917), Н.Ф. Дроздов (1862–1954), И.П. Граве (1874–1960), Б.Н. Окунев (1897–1961), М.Е. Серебряков (1891–1974), В.Е. Слухоцкий, М.С. Горохов, Б.В. Орлов.

# 1. ПИРОСТАТИКА

## 1.1. ВИДЫ ПОРОХА

В настоящее время в артиллерии применяются следующие виды порохов: дымный, пироксилиновый, нитроглицериновый, нитродигликолевый, нитрогуанидиновый и нитроксилитановый. Сорт пороха характеризуется составом входящих в него веществ: горючего, окислителя, связующего и добавок.

Дымный порох представляет собой механическую смесь калийной селитры  $KNO_3$  (окислитель 75 %), древесного угля С (горючее 15 %) и серы S (связующее 10 %). При горении дымного пороха выделяется большое количество твердых остатков (до 56 %), образующих дым. Дымный порох употребляется в основном для изготовления воспламенителей зарядов.

Остальные пороха являются бездымными порохами коллоидного типа. Основной частью бездымных порохов является пироксилин – продукт с содержанием азота от 11 до 13,5 %, полученный в результате обработки клетчатки (целлюлозы) азотной кислотой. С помощью растворителей (спиртоэфирной смеси, нитроглицерина, ацетона, нитродигликоля) производится желатинизация пироксилина и получение бездымных порохов. Состав бездымного пороха можно описать условной химической формулой  $C_aH_bO_cN_d$ , в которой a, b, c, d представляют собой числа грамм-атомов углерода С, водорода Н, кислорода О и азота N. При горении бездымные пороха почти полностью превращаются в пороховые газы.

Отметим, что пороховые газы содержат окись углерода CO, водород  $H_2$  и метан  $CH_4$ , которые при истечении из канала ствола способны соединиться с кислородом воздуха (гореть), образуя дульное или обратное пламя во время стрельбы. Существуют беспламенные пороха, в состав которых входят пламегасящие добавки ( $K_2SO_4$ , смолы).



Различные свойства порохов можно описать с помощью физико-химических, баллистических и геометрических характеристик порохов. Все эти характеристики могут быть определены экспериментально.

## 1.2. ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОРОХА

Во внутренней баллистике рассматриваются следующие физико-химические характеристики порохов: теплота взрывчатого превращения, температура взрывчатого превращения, удельный объем пороховых газов, плотность пороха.

Теплотой взрывчатого превращения, или калорийностью, пороха  $Q_w$  называется количество тепла, которое выделяется пороховыми газами, образовавшимися при сгорании 1 кг пороха в постоянном объеме, при охлаждении их до 18 °С. Величину  $Q_w$  определяют сжиганием навески пороха в калориметрической бомбе.

Калорийность пороха растет с увеличением в нем азота, причем повышение содержания азота в порохе на 1 % приводит к увеличению  $Q_w$  примерно на 15 %. Наличие в порохе летучих веществ понижает величину  $Q_w$ .

Величина  $Q_w$  у существующих бездымных порохов изменяется в пределах от 550 до 1260 ккал/кгс. Пороха, калорийность которых близка к нижнему пределу, называются условно «холодными», а пороха с калорийностью, близкой к верхнему пределу, – «горячими».

Калорийность пороха  $Q_w$  является одной из главных его характеристик, непосредственно влияющих на результаты стрельбы и на качества артиллерийской системы. Например, пороха с калорийностью, меньшей 700 ккал/кгс, обеспечивают, как правило, беспламенный выстрел и высокую живучесть орудия.

Произведение механического эквивалента тепла  $E$  на величину  $Q_w$  носит название потенциала пороха  $\Pi = EQ_w$ .

Температурой взрывчатого превращения, или температурой горения, пороха  $T_1$  называется температура, которую имеют пороховые газы в момент их образования. Непосредственное определение величины  $T_1$  в бомбе не обеспечивает достаточной точности, поэтому обычно ее вычисляют по опытной величине  $Q_w$  предполагая, что все

выделившееся при горении пороха в постоянном объеме тепло расходуется на нагрев продуктов взрывчатого превращения. У существующих порохов температура горения изменяется в пределах от 2100 до 3800 К.

Удельным объемом пороховых газов при нормальных условиях  $w_1$  (дм<sup>3</sup>/кгс) называется объем, занимаемый образовавшимися при сгорании 1 кгс пороха пороховыми газами после расширения и охлаждения их до состояния, определяемого температурой 0 °С и давлением 760 мм рт. ст. Удельный объем определяется с помощью газометра. Обычно с увеличением калорийности пороха удельный объем пороховых газов уменьшается. У существующих бездымных порохов удельный объем пороховых газов изменяется в пределах от 750 до 1100 дм<sup>3</sup>/кгс.

Плотностью, или удельным весом, пороха  $\delta$  (кгс/дм<sup>3</sup>) называется вес пороха, заключенного в единице объема, при температуре 15 °С и давлении 750 мм рт. ст. Плотность дымного пороха зависит от давления прессования и изменяется в пределах от 1,5 до 1,9 кгс/дм<sup>3</sup>. Плотность бездымных порохов изменяется в пределах от 1,54 до 1,64 кгс/дм<sup>3</sup>. При решении задач внутренней баллистики плотность бездымных порохов обычно считают равной 1,6 кгс/дм<sup>3</sup>.

В табл. 1.1 приведены средние значения физико-химических характеристик порохов.

Таблица 1.1

### Физико-химические характеристики порохов

Сорт пороха	$Q_w$ , ккал/кгс	$w_1$ , дм <sup>3</sup> /кгс	$T_1$ , К
Дымный	500	300	2200
Пироксилиновый	775	950	2770
Нитроглицериновый холодный	640	1025	2400
Нитроглицериновый горячий	860	900	3000
Нитродигликолевый	585	1047	2100
Нитрогуанидиновый	600	1066	2100
Нитроксилитановый	600	1066	2100

### 1.3. БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОРОХА

К баллистическим характеристикам порохов относятся сила пороха и коволюм пороховых газов.

Силой пороха  $f$  (кгс · дм/кгс) называется величина, равная произведению удельной газовой постоянной  $R$  на температуру горения пороха  $T_1$ :

$$f = RT_1.$$

Среднее значение  $R$  для пороховых газов равно  $370$  кгс · дм/кгс · град.

Сила пороха может определяться экспериментально сжиганием навески пороха в манометрической бомбе или расчетом по результатам калориметрических испытаний пороха. Она выражает работу, которую мог бы совершить  $1$  кгс пороховых газов, расширяясь при нагревании от нуля градусов до температуры горения пороха при постоянном атмосферном давлении.

Величина силы пороха зависит от его сорта и калорийности. Для всех существующих бездымных порохов можно принять следующую опытную зависимость:

$$f = (6956 + 4,048Q_w)10^2.$$

Сила пороха изменяется в пределах от  $500 \cdot 10^3$  до  $1200 \cdot 10^3$  кгс · дм/кгс.

Коволомом пороховых газов  $\alpha$  (дм<sup>3</sup>/кгс) называется объем, характеризующий объем молекул пороховых газов, образовавшихся при сгорании  $1$  кгс пороха. Коволом пороховых газов может определяться экспериментально сжиганием навески пороха в манометрической бомбе.

Величина коволюма входит в уравнение состояния реальных газов, например в уравнение вида

$$p(w - \alpha) = RT,$$

где  $p$  – давление;  $w$  – удельный объем пороховых газов.

Коволом учитывает объем сфер действия молекул, который обычно принимают равным учетверенному объему самих молекул. Учет коволюма производится только при высоких давлениях, которые имеют место в артиллерийских орудиях. В реактивных двигателях обычно коволюм газов не учитывается.

Во внутренней баллистике для определения коволюма используется соотношение

$$\alpha \approx 0,001u.$$

У существующих бездымных порохов величина коволюма изменяется в пределах от 0,8 до 1,2 дм<sup>3</sup>/кгс.

В табл. 1.2 приведены средние значения баллистических характеристик порохов.

Таблица 1.2

### Баллистические характеристики порохов

Сорт пороха	Сила пороха $f$ (кгс · дм/кгс)	Коволюм пороховых газов $\alpha$ (дм <sup>3</sup> /кгс)
Дымный	280 000	0,5
Пироксилиновый	950 000	1,00
Нитроглицериновый холодный	900 000	1,10
Нитроглицериновый горячий	1 000 000	0,95
Нитродигликолевый	870 000	1,13
Нитрогуанидиновый	907 000	1,06
Нитроксилитановый	907 000	1,06

## 1.4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОРОХА

К геометрическим характеристикам пороха относятся линейные размеры порохового зерна: толщина горящего свода  $2e_1$ , ширина  $2b$  и длина  $2c$ , а также характеристики формы порохового зерна  $\kappa$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ .

В артиллерии употребляются пороха, разнообразные по форме и размерам пороховых зерен. На рис. 1.1 показаны пороховые зерна различной формы:  $a$  – куб,  $b$  – пластинка,  $v$  – пруток,  $z$  – лента,  $d$  – трубка,  $e$  – семиканальное зерно,  $ж$  – одноканальное зерно.

Пороха, имеющие форму цилиндрических зерен с каналами или без каналов, длина которых в два-три раза больше диаметра, называются зернеными порохами.

Толщиной горящего свода порохового зерна  $2e_1$  называется наименьший линейный размер порохового зерна. Чем больше толщина горящего свода, тем дольше при прочих равных условиях горит пороховое зерно. Толщина горящего свода обычно растет с увеличением калибра орудия.

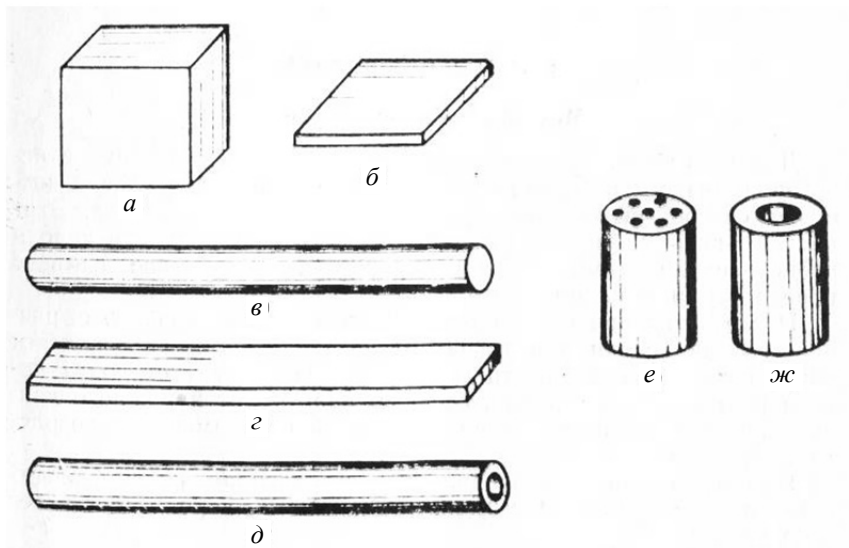


Рис. 1.1. Форма пороховых зерен

У существующих артиллерийских порохов толщина горящего свода изменяется в пределах от 0,1 до 5 мм. У порохов реактивной артиллерии толщина горящего свода достигает нескольких сантиметров. Другие геометрические характеристики пороха будут рассматриваться далее.

### 1.5. МЕХАНИЗМ ГОРЕНИЯ ПОРОХА

Для того чтобы началось горение порохового зерна, ему в некоторой точке поверхности необходимо сообщить тепловой импульс, способный вызвать зажжение пороха. Зажжение бездымного пороха происходит при температуре около 200 °С, а зажжение дымного пороха – при температуре примерно 270 °С.

После зажжения начинается процесс воспламенения, т. е. распространение реакции горения по поверхности порохового зерна. Скорость воспламенения зависит от сорта пороха и от внешних условий, главным образом от наружного давления. С увеличением давления скорость воспламенения возрастает.

При атмосферном давлении скорость воспламенения бездымного пороха равна 1 мм/с, а дымного пороха – достигает 3000 мм/с.

В орудии зажжение и воспламенение порохового заряда при выстреле производятся с помощью воспламенителя, состоящего обычно из дымного пороха и создающего при сгорании давление пороховых газов до 50 кгс/см<sup>2</sup>.

## 1.6. СКОРОСТЬ ГОРЕНИЯ ПОРОХА

Процесс горения пороха характеризуется величиной скорости горения. Скоростью горения пороха  $u$  называется скорость распространения реакции горения по нормали к поверхности порохового зерна:

$$u = \frac{de}{dt},$$

где  $e$  – расстояние от поверхности порохового зерна, на которое распространится реакция горения за время  $t$  горения пороха, или, другими словами, толщина слоя пороха, сгоревшего к моменту времени  $t$ .

Скорость горения пороха зависит от его сорта, наружного давления, начальной температуры пороха, скорости обдува поверхности порохового зерна.

Зависимость скорости горения от давления  $p$  называется законом скорости горения и в общем случае выражается эмпирической формулой

$$u = a + bp^v,$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $v$  – эмпирические коэффициенты скорости горения.

При давлениях, меньших 150 кгс/см<sup>2</sup>, следует принимать  $a = 0$ , при этом коэффициент  $v$  будет меньше единицы. При давлениях, больших 150 кгс/см<sup>2</sup>, можно принимать  $v = 1$ .

В артиллерийских орудиях при давлениях, больших 500 кгс/см<sup>2</sup>, справедлив линейный закон

$$u = u_1 p.$$

Коэффициент скорости горения  $u_1$ , как видно из формулы, представляет собой скорость горения [дм/с] при давлении, равном 1 кгс/дм<sup>2</sup>. Величина  $u_1$  зависит от сорта пороха, начальной его температуры и скорости обдува поверхности порохового зерна.

В табл. 1.3 приведены средние значения коэффициента скорости горения  $u_1$  и скорость горения пороха в орудии при давлении 2000 кгс/см<sup>2</sup>.

Таблица 1.3

**Коэффициенты скорости горения порохов и скорости горения в орудии**

Сорт пороха	$u_1 \cdot 10^7$ , дм/с : кгс дм <sup>2</sup>	$u$ , мм/с, при $p = 2000$ кгс/см <sup>2</sup>
Дымный	1000	2000
Пироксилиновый	70	140
Нитроглицериновый холодный	55	110
Нитроглицериновый горячий	180	360
Нитродигликолевый	40	80
Нитрогуанидиновый	60	120
Нитроксилитановый	60	120

Зная закон скорости горения, можно определить толщину слоя сгоревшего пороха  $e$ :

$$e = \int_0^{t'} u dt = u_1 \int_0^{t'} p dt,$$

где  $t'$  – время горения пороха.

Величина интеграла

$$I = \int_0^{t'} p dt$$

называется импульсом давления пороховых газов.

В момент окончания горения пороха  $t'_k$  получим конечный импульс давления пороховых газов  $I_k$ :

$$I_k = \int_0^{t'_k} p dt,$$

являющийся важным баллистическим параметром пороха. Замечательное свойство параметра  $I_k$  – то, что он практически не зависит от условий, в которых происходит горение пороха. Поэтому величину конечного импульса давления, полученную в манометрической бомбе, можно использовать для артиллерийского орудия.

Текущая толщина слоя сгоревшего пороха  $e$ , равная

$$e = u_1 I,$$

в момент окончания горения будет равна половине толщины горящего свода  $e_1$ :

$$e_1 = u_1 I_k.$$

Из этого равенства можно определить величину  $I_k$ :

$$I_k = \frac{e_1}{u_1}.$$

## 1.7. ГОРЕНИЕ ПОРОХОВОГО ЗАРЯДА

Пороховой заряд состоит из большого числа пороховых зерен, определенным образом расположенных в матерчатых картузах или непосредственно в гильзе. Устройство порохового заряда как целого называется конструкцией заряда. Горение порохового заряда существенно зависит от его конструкции. Даже при одном сорте пороха и при одинаковых формах и размерах зерен горение отдельных зерен заряда при выстреле будет неодинаковым. Это происходит вследствие действия многих факторов.

1. Воспламенение зерен не будет одновременным, сначала произойдет воспламенение зерен, расположенных у воспламенителя, а затем – удаленных зерен, когда к ним подойдет фронт пламени, распространяющийся со скоростью 100...300 м/с.



2. Воспламенение отдельного зерна происходит не сразу по всей поверхности, например, поверхность узких каналов воспламенится позже, чем наружная поверхность зерна.

3. Горение зерен, находящихся в разных точках заснарядного пространства, будет происходить с разной скоростью, поскольку давление пороховых газов в этих точках может быть неодинаковым, так же как и скорость движения пороховых зерен и пороховых газов за снарядом.

4. Скорость горения отдельного зерна в различных точках его поверхности также может быть разной, например она будет больше на поверхности узких каналов, из которых выход газов затруднен, и меньше на участках поверхности соприкосновения зерен.

Еще более разнообразными будут условия горения зерен порохового заряда в случае, когда он состоит из нескольких частей, отличающихся сортом пороха, формой и размерами зерен.

Действительную картину горения порохового заряда в общем случае весьма сложно описать теоретически, поэтому действительный закон горения пороха, называемый физическим законом, учитывается в теории путем использования эмпирических функций, характеризующих процесс горения, или введением экспериментальных коэффициентов согласования теории с опытом.

В основу теоретических методов обычно кладется упрощенный, или геометрический, закон горения пороха, включающий следующие три положения:

- 1) все пороховые зерна заряда имеют одинаковую форму и размеры;
- 2) воспламенение всех пороховых зерен заряда происходит мгновенно;
- 3) горение всех пороховых зерен заряда происходит во всех точках поверхности с одинаковой скоростью, т. е. параллельными слоями.

Таким образом, делаются допущения, что пороховой заряд прост по конструкции, однообразен по составу, а условия его горения одинаковы во всех точках заснарядного пространства канала ствола.

Справедливость положений геометрического закона для орудий, имеющих сравнительно небольшой относительный вес заряда при простой его конструкции, подтверждается практикой. Однородность порохового заряда достигается тщательным перемешиванием зерен перед изготовлением заряда, а мгновенность воспламенения обеспечивается подбором веса и конструкции воспламенителя.

В случае комбинированного заряда сложной конструкции его заменяют эквивалентным простым зарядом.

## 1.8. ЗАКОН ОБРАЗОВАНИЯ ПОРОХОВЫХ ГАЗОВ

В результате горения пороха образуются пороховые газы. При горении бездымных порохов вес образовавшихся пороховых газов будет равен весу сгоревшего пороха  $\omega_{сг}$ . Введем величину относительного веса сгоревшего пороха  $\psi$  :

$$\psi = \frac{\omega_{сг}}{\omega},$$

которая изменяется от нуля в начале горения до единицы в конце горения.

При геометрическом законе горения пороха к моменту образования пороховых газов  $\omega_{сг}$  все зерна порохового заряда обгорят на толщину слоя сгоревшего пороха  $e$ . Введем величину относительной толщины слоя сгоревшего пороха  $z$ :

$$z = \frac{e}{e_1},$$

где  $e_1$  – половина толщины горящего свода пороха.

Величина  $z$  будет изменяться, так же как величина  $\psi$ , от нуля до единицы.

Законом образования пороховых газов называется зависимость между относительным весом сгоревшего пороха  $\psi$  и относительной толщиной слоя сгоревшего пороха  $z$ :  $\psi = f(z)$ .

Выражение для закона образования пороховых газов при геометрическом законе горения пороха можно получить теоретическим путем.

Обозначим через  $n$  число зерен в заряде, через  $\Lambda_0$  – начальный объем порохового зерна, а через  $\Lambda$  – объем порохового зерна в произвольный момент времени. Тогда вес порохового заряда будет равен  $\omega = n\Lambda_0\delta$ , вес сгоревшего пороха  $\omega_{сг} = n(\Lambda_0 - \Lambda)\delta$ , а выражение для  $\psi$  примет вид

$$\psi = \frac{\omega_{сг}}{\omega} = \frac{n(\Lambda_0 - \Lambda)\delta}{n\Lambda_0\delta} = 1 - \frac{\Lambda}{\Lambda_0}.$$

Таким образом, оказалось, что для определения  $\psi$  можно рассмотреть изменение объема одного порохового зерна.

Найдем выражение зависимости  $\psi = f(z)$  для порохового зерна ленточной формы (рис. 1.2). Пусть в произвольный момент времени пороховая лента обгорит со всех сторон на толщину слоя  $e$ . Первоначальный объем ленты равен

$$\Lambda_0 = 2e_1 \cdot 2b \cdot 2c.$$

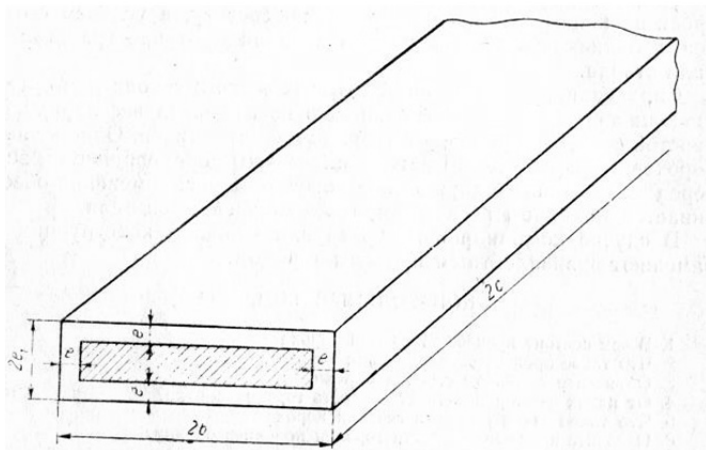


Рис. 1.2. Горение зерна в форме ленты

Объем ленты в рассматриваемый момент времени будет

$$\Lambda = (2e_1 - 2e)(2b - 2e)(2c - 2e).$$

Используя выражение для  $\psi = f(\Lambda)$ , получим

$$\psi = 1 - \frac{(2e_1 - 2e)(2b - 2e)(2c - 2e)}{2e_1 \cdot 2b \cdot 2c} = 1 - \left(1 - \frac{2e}{2e_1}\right) \left(1 - \frac{2e}{2b}\right) \left(1 - \frac{2e}{2c}\right),$$

или

$$\psi = 1 - \left(1 - \frac{e}{e_1}\right) \left(1 - \frac{2e_1}{2b} \frac{e}{e_1}\right) \left(1 - \frac{2e_1}{2c} \frac{e}{e_1}\right).$$

Учитывая, что  $z = \frac{e}{e_1}$ , и вводя обозначения

$$\alpha = \frac{2e_1}{2b}; \quad \beta = \frac{2e_1}{2c},$$

можем записать

$$\psi = 1 - (1 - z)(1 - \alpha z)(1 - \beta z).$$

Раскрывая скобки и приводя подобные члены, найдем

$$\psi = (1 + \alpha + \beta)z - (\alpha + \beta + \alpha\beta)z^2 + \alpha\beta z^3,$$

или

$$\psi = (1 + \alpha + \beta)z \left( 1 - \frac{\alpha + \beta + \alpha\beta}{1 + \alpha + \beta}z + \frac{\alpha\beta}{1 + \alpha + \beta}z^2 \right).$$

Введем следующие обозначения:

$$\kappa = 1 + \alpha + \beta,$$

$$\lambda = -\frac{\alpha + \beta + \alpha\beta}{1 + \alpha + \beta},$$

$$\mu = \frac{\alpha\beta}{1 + \alpha + \beta}.$$

При этом формула примет вид

$$\psi = \kappa z (1 + \lambda z + \mu z^2).$$

Это выражение является общим выражением для закона образования пороховых газов, справедливым для пороховых зерен любой формы, применяемых в артиллерии.

## 1.9. ХАРАКТЕРИСТИКИ ФОРМЫ ПОРОХОВОГО ЗЕРНА

Величины  $\kappa$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  называются характеристиками формы порохового зерна. Они будут принимать различные значения для пороховых зерен различной формы.

В момент окончания горения пороха  $z=1$ ,  $\psi=1$ , и тогда получим соотношение между характеристиками формы

$$1 = \kappa(1 + \lambda + \mu).$$

Распространенные в артиллерии зерновые пороха с семью каналами горят с распадом зерна, который происходит в момент соприкосновения поверхностей каналов друг с другом (рис. 1.3). При этом образуются шесть внешних и шесть внутренних звездок, которые составляют соответственно 12 и 3 % всего объема зерна.

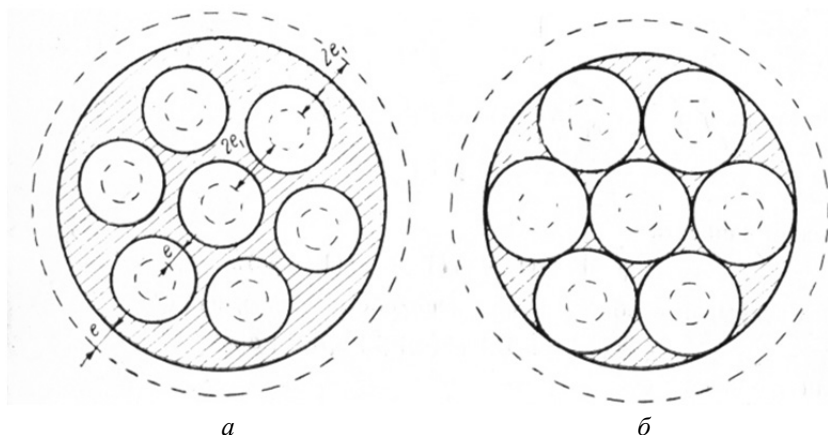


Рис. 1.3. Горение семиканального зерна:

*a* – до распада; *б* – после распада

Таким образом, горение семиканального порохового зерна происходит в две фазы: в первой фазе сохраняется форма семиканального зерна, во второй фазе идет горение звездок. Очевидно, характеристики формы в каждой фазе будут свои.

В табл. 1.4 приведены размеры и характеристики формы для ряда пороховых зерен.

На практике обычно из-за относительной малости характеристики формы  $\mu$  пользуются двучленным выражением закона образования пороховых газов

$$\psi = kz(1 + \lambda z),$$

которое, как показывают данные таблицы, в ряде случаев является точным, например для трубки. Тогда форма порохового зерна будет определяться фактически одной характеристикой  $\chi$ , так как вторая характеристика  $\lambda$  однозначно определяется через первую.

Таблица 1.4

### Размеры и характеристики формы для пороховых зерен

№ п/п	Форма порохового зерна	Размеры			Характеристики формы		
		$2e_1$ (мм)	$2b$ (мм)	$2c$ (мм)	$\kappa$	$\lambda$	$\mu$
1	Куб, шар	$2r$	–	–	3	–1	0,33
2	Лента	1,5	30	200	1,058	–0,0547	0,00036
3	Трубка	1,78	–	255	1,007	–0,007	0
4	Трубка, бронированная с торцов и с наружной поверхности	$d_k$	–	Любая	0,667	0,500	0
7	Семиканальное зерно: первая фаза вторая фаза	$2d_k$	–	$25 d_k$	0,720	0,345	–0,0556
		$0,53 d_k$	–	$23 d_k$	1,808	–0,470	–

## 1.10. БЫСТРОТА ГАЗООБРАЗОВАНИЯ

Относительное количество газов, образовавшихся при горении пороха в единицу времени  $\frac{d\psi}{dt}$ , т. е. относительный секундный приход газов, называется быстротой газообразования:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\omega} \frac{d\omega_{\text{сг}}}{dt}.$$

Дифференцируя выражение

$$\psi = 1 - \frac{\Lambda}{\Lambda_0}$$

по времени, получим

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{1}{\Lambda_0} \frac{d\Lambda}{dt}.$$

Введем в рассмотрение поверхность  $S$  горения порохового зерна, тогда

$$d\Lambda = -Sde.$$

Подставив последнее выражение в предыдущую формулу, получим

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S}{\Lambda_0} \frac{de}{dt} = \frac{S}{\Lambda_0} u.$$

Поверхность зерна до начала горения обозначим через  $S_0$ . Деля и умножая правую часть последнего равенства на  $S_0$  и учитывая выражение для скорости горения, будем иметь

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S_0}{\Lambda_0} \frac{S}{S_0} u_1 p.$$

Из выражения следует, что быстрота газообразования будет тем больше, чем больше будут давление пороховых газов, коэффициент скорости горения, относительная поверхность горения и величина, называемая оголенностью порохового зерна. При сохранении формы зерна оголенность растет с уменьшением толщины горящего свода зерна.

### 1.11. КОЭФФИЦИЕНТ ПРОГРЕССИВНОСТИ ПОРОХА

Относительную поверхность горения  $\frac{S}{S_0}$  обозначают через  $\sigma$  и называют коэффициентом прогрессивности:

$$\sigma = \frac{S}{S_0}.$$

Порох, у которого при горении поверхность увеличивается и, следовательно, будет  $\sigma > 1$ , называется порохом прогрессивной формы.

Порох, у которого при горении поверхность уменьшается и, следовательно, будет  $\sigma < 1$ , называется порохом дегрессивной формы.

Порох, у которого при горении поверхность не изменяется и, следовательно, будет  $\sigma = 1$ , называется порохом нейтральной формы.

## 1.12. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОРОХОВЫХ ГАЗОВ

При горении пороха в постоянном объеме, например в манометрической бомбе или в канале ствола орудия до начала движения снаряда, вследствие непрерывного поступления пороховых газов давление  $p$  будет непрерывно расти до величины наибольшего давления  $P$  в момент окончания горения, которое называется полным пиростатическим давлением.

Давление пороховых газов  $p$ , их температура  $T$  и удельный объем  $w$  связаны между собой зависимостью, которая называется уравнением состояния газа.

В условиях явления выстрела, протекающего в артиллерийском орудии, газы имеют весьма большие давления и высокие температуры. Поэтому необходимо учитывать собственный объем молекул через коволюм пороховых газов, и уравнение состояния реальных газов используется в следующем виде:

$$p(w - \alpha) = RT .$$

К рассматриваемому моменту времени сгорит и превратится в пороховые газы  $\psi$ -я часть заряда, имеющая вес  $\omega_{\text{сг}} = \omega\psi$ , и останется  $1 - \psi$  часть несгоревшего заряда весом  $\omega(1 - \psi)$ . Образовавшиеся пороховые газы будут занимать объем, равный объему камеры  $W_0$ , за вычетом объема, занимаемого несгоревшим порохом:

$$\frac{\omega}{\delta}(1 - \psi),$$

где  $\delta$  – плотность пороха.



Соответствующий удельный объем пороховых газов  $w$  будет равен отношению объема, занимаемого пороховыми газами, к их весу:

$$w = \frac{W_0 - \frac{\omega}{\delta}(1 - \psi)}{\omega\psi}.$$

Подставляя это выражение в уравнение состояния, получим

$$p \left[ W_0 - \frac{\omega}{\delta}(1 - \psi) - \alpha\omega\psi \right] = \omega\psi RT.$$

### 1.13. СВОБОДНЫЙ ОБЪЕМ КАМОРЫ

Выражение в квадратных скобках обозначается через  $W_\psi$  и имеет вполне определенный физический смысл:

$$W_\psi = W_0 - \frac{\omega}{\delta}(1 - \psi) - \alpha\omega\psi,$$

или

$$W_\psi = W_0 - \frac{\omega}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \omega\psi.$$

Величина  $W_\psi$  равна объему камеры за вычетом объемов, занимаемых несгоревшим порохом и молекулами пороховых газов, т. е. равна свободному объему камеры.

Наряду с величиной  $W_\psi$  во внутренней баллистике употребляют величину  $l_\psi$ , определяемую формулой

$$l_\psi = \frac{W_\psi}{s},$$

или

$$l_\psi = l_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \psi \Delta \right].$$

Величина  $l_\psi$  называется приведенной длиной свободного объема камеры.

### 1.14. ДАВЛЕНИЕ ПОРОХОВЫХ ГАЗОВ В ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ

Будем считать, что теплоотдача от пороховых газов к стенкам манометрической бомбы или ствола при горении пороха отсутствует. Тогда пороховые газы будут иметь постоянную температуру, равную температуре горения пороха  $T = T_1$ .

Выражение для давления пороховых газов  $p$  в постоянном объеме получим из уравнения состояния газов и при этом введем силу пороха

$$f = RT_1,$$

$$p = \frac{f \omega \psi}{W_0 - \frac{\omega}{\delta}(1 - \psi) - \alpha \omega \psi}.$$

Учитывая, что  $\Delta = \frac{\omega}{W_0}$ , получим

$$p = \frac{f \Delta \psi}{1 - \frac{\Delta}{\delta}(1 - \psi) - \alpha \psi \Delta}.$$

В момент окончания горения при  $\psi = 1$  из выражения найдем величину полного пиростатического давления:

$$P = \frac{f \Delta}{1 - \alpha \Delta}.$$

Эта формула впервые была получена Л.Н. Шишковым для дымного пороха в 1857 году.

Полученные в пиростатике выражения для давления пороховых газов применяются при вычислении величины давления или величины сгоревшей части порохового заряда в оружии в предварительном

периоде. Например, для любого орудия при  $\Delta = 0,70$ ,  $f = 95 \cdot 10^4$  и  $\alpha = 1,0$  получим

$$P = \frac{95 \cdot 10^4 \cdot 0,70}{1 - 1,0 \cdot 0,70} = 22 \cdot 10^5 \text{ кгс/дм}^2.$$

Как видим, при сгорании всего заряда в камере орудия до начала движения снаряда (при мгновенном сгорании заряда) давление пороховых газов может достигнуть нескольких десятков тысяч атмосфер, что значительно превышает допустимое по условиям прочности ствола давление.

## 2. ПИРОДИНАМИКА

В пиростатике были изучены два основных процесса явления выстрела: горение пороха и образование пороховых газов. Пиродинамика рассматривает остальные из основных процессов: расширение пороховых газов, поступательное движение снаряда и истечение газов.

При движении снаряда в канале ствола на него будут действовать силы реакции ствола (реакции связей), которые зависят от устройства нарезов канала ствола и ведущих поясков снаряда.

### 1.1. ПАРАМЕТРЫ НАРЕЗОВ И ВЕДУЩИХ ПОЯСКОВ

На поверхности канала ствола имеются нарезы в виде винтообразных углублений четырехугольной формы. Сечение нарезного ствола плоскостью, перпендикулярной его оси, показано на рис. 2.1. На этом рисунке:  $a$  – ширина поля нарезав;  $b$  – ширина дна нарезав;  $t$  – глубина нарезав. Будем обозначать:  $d$  – диаметр канала ствола по полю нарезов (калибр орудия);  $d_{\text{н}}$  – диаметр канала ствола по дну нарезов.

Боковые поверхности нарезав называются гранями.

Глубина нарезов у существующих орудий колеблется в пределах 1...2 % от калибра орудия. Ширина нарезав обычно бывает в 2...3 раза больше ширины поля. Число нарезов  $n$  определяется из выражения

$$n = \frac{\pi d}{a + b}.$$

По технологическим соображениям полученное по формуле число нарезов округляют до целого числа, кратного четырем, и исправляют в соответствии с этим ширину поля и нарезав. В стрелковом оружии число нарезов равно 4, а в артиллерийских орудиях оно находится в пределах от 12 до 88.

Нарезка бывает постоянной или прогрессивной крутизны. Если ствол мысленно разрезать по образующей и развернуть на плоскость, то при постоянной крутизне нарезки грани одного нареза изобразятся в виде двух параллельных прямых линий, идущих под углом  $\alpha$  к образующей поверхности канала ствола (к оси  $OX$ ).

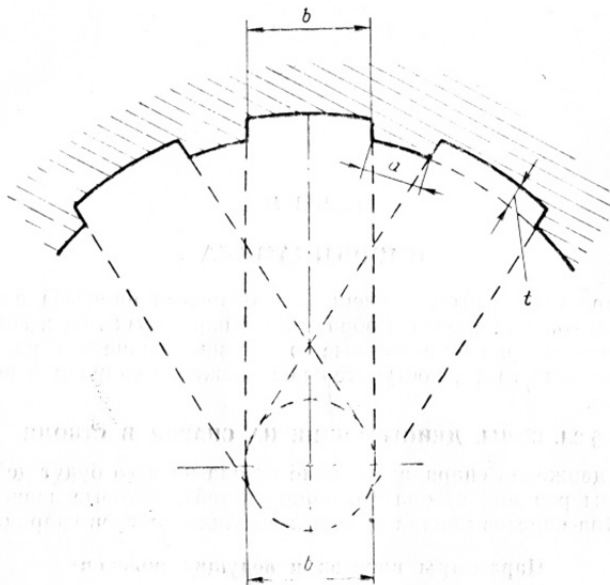


Рис. 2.1. Профиль нарезов

Угол  $\alpha$  называется углом наклона нарезов. Расстояние по оси канала ствола  $l_n$ , на котором нарез делает один полный оборот, называется длиной хода нарезов. Длина хода нарезов обычно выражается в калибрах и обозначается через  $\eta$ :

$$\eta = \frac{l_n}{d}.$$

Значение  $\eta$  у существующих орудий находится в пределах от 20 до 36.

Для сообщения снаряду вращательного движения при выстреле кроме нарезов на поверхности канала ствола необходимо иметь ведущие пояски или готовые выступы на снаряде. При поступательном движении снаряда ведущий поясок врежется в нарезы и на нем образуются выступы, входящие в нарезы.

Грань нареза, которая находится при движении снаряда в контакте с выступом, называется боевой гранью нареза. Другая грань нареза носит название холостой грани.

## 2.2. УРАВНЕНИЕ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ СНАРЯДА

Движущей силой  $F_d$ , приводящей в движение снаряд, является сила давления пороховых газов, действующая на запоясковую часть снаряда. Давление пороховых газов у дна снаряда  $p_{сн}$  будет меньше баллистического давления  $p$  и тем более давления у дна канала ствола  $p_{кн}$ , так как процесс расширения пороховых газов (волна разрежения), происходящий вследствие поступательного движения снаряда, всегда начинается у дна снаряда и затем распространяется ко дну камеры. При этом в результате перепада давления пороховые газы и негоревший порох получают также поступательное движение. Величина движущей силы  $F_d$  определяется равенством

$$F_d = sp_{сн}.$$

Будем считать, что поступательное движение снаряда совершается только под действием двух сил: силы давления пороховых газов  $F_d$  и силы сопротивления нарезов  $nR_x$ .

Запишем уравнение поступательного движения снаряда как материальной точки в абсолютной системе координат:

$$\frac{q}{g} \frac{dv_a}{dt} = sp_{сн} - nR_x,$$

где  $v_a$  – абсолютная скорость снаряда (относительно Земли),

$$v_a = v - V = v \left( 1 - \frac{V}{v} \right),$$

$V$  – абсолютная скорость откатных частей орудия.

Это уравнение можно переписать в виде

$$\frac{q}{g} \frac{d}{dt} \left[ v \left( 1 - \frac{V}{v} \right) \right] = sp_{\text{сн}} \left( 1 - \frac{nR_x}{sp_{\text{сн}}} \right),$$

где величины  $\frac{V}{v}$  и  $\frac{nR_x}{sp_{\text{сн}}}$  малы в сравнении с единицей. В случаях, ко-

гда этими величинами можно пренебречь, получим упрощенное уравнение поступательного движения снаряда:

$$\frac{q}{g} \frac{dv}{dt} = sp_{\text{сн}}.$$

Если правую часть уравнения поступательного движения снаряда умножить и разделить на величину баллистического давления  $p$  и, считая отношение скоростей постоянным, обозначить

$$\varphi = \frac{p}{p_{\text{сн}}} \frac{1 - \frac{V}{v}}{1 - \frac{nR_x}{sp_{\text{сн}}}},$$

то получим уравнение поступательного движения снаряда в окончательном виде:

$$\frac{\varphi q}{g} \frac{dv}{dt} = sp.$$

Определим скорость откатных частей ствола, считая, что сила сопротивления откату отсутствует. Система, состоящая из откатных частей ствола, снаряда и заряда, при свободном откате находится под

действием только внутренних сил. Из теоретической механики известно, что количество движения такой системы, равное до выстрела нулю, не должно изменяться при выстреле, т. е.

$$\frac{Q_0}{g} V - \frac{q}{g} v_a - \frac{\omega}{g} \bar{w}_a = 0,$$

где  $\bar{w}_a$  – средняя абсолютная скорость заряда или продуктов горения (несгоревшего пороха и пороховых газов);  $Q_0$  – вес откатных частей ствола.

В следующем разделе будет показано, что средняя скорость продуктов горения в относительном движении  $\bar{w}$  равна половине относительной скорости поступательного движения снаряда. Тогда

$$\bar{w}_a = \bar{w} - V = \frac{v}{2} - V.$$

Подставим значения  $v_a$  и  $\bar{w}_a$  в уравнение закона сохранения количества движения. После сокращения на  $g$  будем иметь

$$Q_0 V - qv + qV - \omega \frac{v}{2} + \omega V = 0,$$

откуда получим искомую величину  $V$ :

$$V = \frac{q \left( 1 + 0,5 \frac{\omega}{q} \right)}{Q_0 \left( 1 + \frac{q}{Q_0} + \frac{\omega}{Q_0} \right)} v.$$

Пренебрегая малыми по сравнению с единицей величинами  $\frac{q}{Q_0}$  и  $\frac{\omega}{Q_0}$ , найдем

$$V = \frac{q}{Q_0} \left( 1 + 0,5 \frac{\omega}{q} \right) v.$$



Как видим, отношение скоростей  $\frac{V}{v}$  – действительно постоянная величина.

Величина  $\varphi$  в уравнении поступательного движения снаряда называется коэффициентом фиктивности, так как позволяет с помощью фиктивного (не существующего в действительности) веса снаряда  $\varphi q$  свести движение реального снаряда к движению материальной точки. Такой способ был предложен в 1860 году русским артиллеристом Л.П. Горловым для учета влияния нарезов.

Коэффициент фиктивности  $\varphi$  в уравнении поступательного движения учитывает: разницу между относительной  $v$  и абсолютной  $v_a$  скоростями снаряда, разницу между баллистическим давлением  $p$  и давлением пороховых газов у дна снаряда  $p_{сн}$  и силу сопротивления нарезов поступательному движению снаряда  $nR_x$ .

Сила сопротивления врезанию ведущих поясков в нарезы обычно не рассматривается при изучении поступательного движения снаряда. Она будет учтена в дальнейшем с помощью специального параметра внутренней баллистики – давления форсирования.

### 2.3. УРАВНЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ СНАРЯДА

Вращение снаряда вокруг оси совершается под действием момента  $M_{вр}$ , который может быть рассчитан по формуле

$$M_{вр} = \frac{d}{2} nR_y,$$

где  $nR_y$  – силы, действующие на снаряд со стороны всех нарезов.

Запишем уравнение вращательного движения снаряда:

$$A \frac{d\omega_{сн}}{dt} = M_{вр},$$

где  $A$  – осевой момент инерции снаряда;  $\omega_{сн}$  – угловая скорость снаряда.

Выразим осевой момент инерции  $A$  через коэффициент инерции  $\mu$  с помощью формулы

$$A = \mu \frac{q}{g} \left( \frac{d}{2} \right)^2 .$$

Величина коэффициента инерции для снарядов принимает следующие значения:

- сплошной снаряд –  $\mu = 0,48$ ;
- толстостенный снаряд –  $\mu = 0,56$ ;
- тонкостенный снаряд –  $\mu = 0,66$ .

Подставив в уравнение вращательного движения выражение для осевого момента  $M_{вр}$  и выражение для  $A$ , получим

$$\frac{\mu q}{g} \frac{d}{2} \frac{d\omega_{сн}}{dt} = nR_y .$$

Для определения элементов вращательного движения снаряда, имеющего жесткую связь со стволом орудия, уравнения вращательного движения не требуется. Угловую скорость снаряда  $\omega_{сн}$  можно выразить через окружную скорость точки  $v_{окр}$ , находящейся на выступе ведущего пояса:

$$\omega_{сн} = v_{окр} \frac{2}{d} .$$

Окружная скорость связана со скоростью поступательного движения  $v$  соотношением

$$v_{окр} = v \operatorname{tg} \alpha ,$$

где  $\alpha$  – угол наклона нарезов.

Соответственно

$$\omega_{сн} = \frac{2}{d} v \operatorname{tg} \alpha .$$

Как видим, скорость вращения снаряда изменяется так же, как изменяется скорость поступательного движения снаряда, и, кроме того,

зависит от угла наклона нарезов и от калибра орудия. В орудиях крупного калибра скорость вращения снаряда будет меньше, чем в орудиях малого калибра.

Если для нарезки постоянной крутизны  $\operatorname{tg}\alpha$  выразить через длину хода нарезов  $\eta$ , то для угловой скорости снаряда получим формулу

$$\omega_{\text{сн}} = \frac{2\pi}{\eta d} v.$$

## 2.4. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭНЕРГИИ ПРИ ВЫСТРЕЛЕ

При движении снаряда по каналу ствола орудия пороховые газы расширяются и тепловая энергия газов переходит в механическую работу, основная и полезная часть которой равна кинетической энергии снаряда, при этом температура пороховых газов будет понижаться.

В кинетическую энергию снаряда переходит от 25 до 40 % всей тепловой энергии, выделяющейся при сгорании порохового заряда. Приблизительно половина всей тепловой энергии пороховых газов при выстреле выбрасывается в атмосферу в виде тепловой энергии струи газов и рассеивается.

Некоторая часть тепловой энергии (1...10 %) переходит в кинетическую энергию пороховых газов и также в значительной степени теряется при истечении пороховых газов из канала ствола. При этом в атмосфере возникают разнообразные явления, связанные с преобразованием энергии: перемещение и нагрев воздуха, возникновение ударных волн (дульной волны), свечение струи газов (дульное пламя), электризация облака пороховых газов, химические реакции и т. п. Большинство из перечисленных явлений играет отрицательную роль.

Кинетическая и тепловая энергия пороховых газов в орудиях с дульным тормозом частично (до 1 % всей тепловой энергии) полезно расходуются на работу дульного тормоза для уменьшения величины отката.

На откат ствола, т. е. в кинетическую энергию откатных частей орудия, переходит 0,5...1 % всей тепловой энергии. Тепловая энергия пороховых газов и кинетическая энергия откатных частей орудия в незначительных количествах используются для совершения полезных работ, например, для заряжания орудия в автоматах, наката ствола, продувки канала ствола (эжектирование) и т. д.

Некоторая часть тепловой энергии пороховых газов (до 5 %) посредством теплопередачи переходит в стенки ствола, а затем в охлаждающую ствол жидкость или в атмосферу.

## 2.5. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ПИРОДИНАМИКИ

Считая, что расширение пороховых газов в орудии происходит без теплообмена, т. е. адиабатически, на основании первого закона термодинамики можно получить основное уравнение пиродинамики, описывающее процесс расширения пороховых газов в орудии.

Для адиабатического процесса сумма работ  $\sum A_i$ , совершенных пороховыми газами весом  $\omega\psi$  при расширении, равна изменению их внутренней тепловой энергии:

$$\sum A_i = E(U_1 - U)\omega\psi,$$

где  $U_1$  – внутренняя энергия 1 кгс пороховых газов в момент их образования;  $U$  – внутренняя энергия 1 кгс пороховых газов в рассматриваемый момент времени;  $E$  – механический эквивалент тепла.

Из термодинамики известно, что

$$U = c_w T,$$

где  $c_w$  – удельная теплоемкость пороховых газов при постоянном объеме;  $T$  – температура пороховых газов в градусах абсолютной шкалы.

Для момента образования пороховых газов будем иметь

$$U_1 = c_w T_1.$$

Тогда уравнение получит вид

$$\sum A_i = E c_w \omega\psi (T_1 - T).$$

Воспользуемся еще одним соотношением термодинамики

$$E = \frac{R}{c_p - c_w},$$

где  $R$  – удельная газовая постоянная;  $c_p$  – удельная теплоемкость пороховых газов при постоянном давлении.

Введем параметр расширения пороховых газов  $\theta$ , определяемый равенством

$$\theta = k - 1,$$

в котором  $k$  представляет собой показатель адиабаты

$$k = \frac{c_p}{c_w}.$$

Можно записать

$$\theta = \frac{c_p - c_w}{c_w}.$$

Величина  $\theta$  численно равна отношению работ расширения газов при изобарном и при адиабатическом термодинамических процессах. Выражение для  $E$  примет вид

$$E = \frac{R}{\theta c_w}.$$

Подставив в исходное уравнение величину  $E$ , получим

$$\sum A_i = \frac{R}{\theta} \omega \psi (T_1 - T).$$

Раскрывая скобки и учитывая, что  $f = RT_1$ , будем иметь

$$\sum A_i = \frac{f \omega \psi}{\theta} - \frac{RT}{\theta} \omega \psi.$$

Произведение  $RT$  заменим с помощью уравнения состояния

$$p(w - a) = RT,$$

в котором удельный объем пороховых газов  $w$  при движении снаряда будет определяться равенством

$$w = \frac{W_0 - \frac{\omega}{\delta}(1 - \psi) + sl}{\omega\psi}.$$

Используя, кроме того, выражение для приведенной длины свободного объема каморы  $l_\psi$ , найдем

$$RT = \frac{ps(l_\psi + l)}{\omega\psi}.$$

С учетом этого равенства уравнение получит вид

$$\sum A_i = \frac{f\omega\psi}{\theta} - \frac{ps(l_\psi + l)}{\theta}.$$

Полученное уравнение называется основным уравнением пиродинамики.

Основное уравнение пиродинамики выражает собой закон сохранения энергии при выстреле. Оно записывается для произвольного момента времени, когда сгорит  $\psi$ -я часть порохового заряда, а снаряд пройдет путь  $l$  и будет иметь скорость  $v$ . В правой части уравнения стоит разность внутренней энергии образовавшихся пороховых газов до их расширения и после расширения (выражена в единицах работы). В левой части стоит механическая работа, которую совершат пороховые газы к рассматриваемому моменту времени.

Сила пороха  $f$  определяет работоспособность 1 кгс пороха, а произведение  $f\omega\psi$  – работоспособность сгоревшей части заряда при изобарном процессе расширения пороховых газов. При этом часть тепла, выделяемого сгоревшим порохом, будет тратиться на поддержание постоянного давления. При адиабатическом процессе расширения пороховых газов, который происходит в орудии, все тепло идет на совершение работы. Поэтому для получения величины тепловой энергии произведение  $f\omega\psi$  делится на параметр расширения  $\theta$ .

## 2.6. РАБОТЫ, СОВЕРШАЕМЫЕ ПОРОХОВЫМИ ГАЗАМИ

При движении снаряда по каналу ствола пороховые газы совершают работы, затрачиваемые:

- на сообщение снаряду поступательного движения  $A_1$ ;
- на вращение снаряда  $A_2$ ;
- на преодоление трения между ведущими поясками и каналом ствола  $A_3$ ;
- на перемещение пороховых газов и несгоревшего пороха  $A_4$ ;
- на движение откатных частей орудия  $A_5$ .

Кроме перечисленных работ, которые учитываются во внутренней баллистике, пороховые газы совершают еще ряд работ: по врезанию ведущих поясков снаряда в нарезы; по преодолению трения при движении продуктов горения пороха; по вытеснению воздуха из канала ствола; работу, эквивалентную потере тепловой энергии на теплоотдачу стенкам канала ствола, и другие работы.

Работа, затрачиваемая на сообщение снаряду поступательного движения, является основной работой и выражается через кинетическую энергию снаряда

$$A_1 = s \int_0^l p_{\text{сн}} dl = \frac{qv^2}{2g}.$$

Остальные работы называются второстепенными.

Сумма всех учитываемых во внутренней баллистике работ, совершаемых пороховыми газами при расширении и входящих в основное уравнение пиродинамики, равна

$$\sum A_i = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5.$$

Вынося за скобки основную работу  $A_1$  и вводя соответствующие коэффициенты, получим

$$\sum A_i = A_1(1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5).$$

Величина, стоящая в скобках, обозначается через  $\varphi'$  и называется коэффициентом учета второстепенных работ:

$$\varphi' = 1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5.$$

Выражение для  $\varphi'$  практически совпадает с выражением для коэффициента фиктивности  $\varphi$ , полученного ранее:

$$\varphi = 1 + k_2 + k_3 + k_4 - k_5'.$$

Поскольку величины коэффициентов  $k_5$  и  $k_5'$  малы (порядка 0,02), для орудий классической схемы с цилиндрическим каналом ствола коэффициенты  $\varphi'$  и  $\varphi$  численно практически равны. Вот почему во внутренней баллистике обычно не делают различия между ними. Однако следует иметь в виду, что физический смысл этих коэффициентов совершенно различный. Вводя коэффициент  $\varphi$ , получим

$$\sum A_i = A_1 \varphi = \frac{\varphi q v^2}{2g}$$

и можем записать основное уравнение пиродинамики в окончательном виде:

$$ps(l_\psi + l) = f \omega \psi - \frac{\theta \varphi q v^2}{2g}.$$

В таблице приведены данные, характеризующие второстепенные работы для пушек и гаубиц.

**Данные, характеризующие второстепенные работы**

Орудие	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$\varphi'$
100-мм пушка	0,0061	0,0117	0,1125	0,0193	1,15
152-мм гаубица	0,0138	0,0126	0,0295	0,0264	1,08



Основное уравнение пиродинамики позволяет найти так называемую предельную скорость  $v_{\text{пр}}$ , которой снаряд достигает после сгорания заряда ( $\psi = 1$ ) при полном расширении пороховых газов ( $p = 0$ ):

$$v_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{2gf}{\theta\varphi} \frac{\omega}{q}}.$$

Чем больше будет предельная скорость, тем больше будет в той же пропорции начальная скорость снаряда. Для оптимально спроектированных орудий начальная скорость составляет приблизительно половину от предельной скорости.

Формула показывает основные пути повышения начальной скорости: за счет увеличения силы пороха и веса порохового заряда, а также за счет уменьшения веса снаряда (например, за счет применения подкалиберных снарядов).

Реальная наибольшая начальная скорость, которой можно достичь в классическом артиллерийском орудии, будет значительно меньше и не может превзойти величины порядка 3000 м/с.

## **3. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ**

### **3.1. СОДЕРЖАНИЕ ОСНОВНОЙ ЗАДАЧИ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ**

Внутренняя баллистика рассматривает большое число задач, среди которых выделяют основную задачу, состоящую в установлении соотношений между пиродинамическими элементами и параметрами артиллерийской системы. При этом решают прямые задачи, в которых определяют пиродинамические элементы, и обратные задачи, где определяют параметры артиллерийской системы.

Основная задача внутренней баллистики для классической артиллерийской системы решается при следующих допущениях.

1. Горение порохового заряда подчиняется геометрическому закону горения.

2. Справедлив линейный закон скорости горения пороха.

3. Состав пороховых газов не изменяется.

4. Теплопередача от пороховых газов к стенкам ствола отсутствует.

5. Продукты горения – пороховые газы и несгоревший порох распределены равномерно в заснарядном пространстве.

6. Волновые процессы в продуктах горения не учитываются.

7. Воспламенитель не учитывается.

8. Сила сопротивления поступательному движению снаряда, а также разница между скоростью снаряда относительно ствола и баллистическим давлением, с одной стороны, и скоростью снаряда относительно Земли и давлением пороховых газов на дно снаряда, с другой стороны, учитываются с помощью коэффициента фиктивности.

9. Второстепенные работы, совершенные пороховыми газами, пропорциональны основной работе и учитываются с помощью коэффициента фиктивности.

10. Период форсирования не рассматривается, а сила сопротивления врезанию учитывается через начальные условия движения снаряда.

11. Параметр расширения пороховых газов не изменяется.

12. Процесс истечения пороховых газов не учитывается.

Схема явления выстрела, отвечающая принятым допущениям, в первом приближении соответствует действительному характеру явления выстрела в классическом орудии, имеющем ствол с закрытым сзади цилиндрическим каналом. Эта схема позволяет с достаточной точностью решить большинство задач, которые выдвигает артиллерийская практика перед внутренней баллистикой.

Таким образом, при решении основной задачи внутренней баллистики явление выстрела разделяется на три периода: предварительный (пиростатический), первый (пиродинамический), второй (термодинамический), а из всех процессов явления выстрела в явном виде (подробно) рассматриваются четыре основных процесса: горение пороха, образование пороховых газов, расширение пороховых газов, поступательное движение снаряда.

### 3.2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ПРИ АРГУМЕНТЕ $t$

Под системой уравнений внутренней баллистики принято понимать систему уравнений для наиболее сложного из трех рассматриваемых периодов – первого периода. Системы уравнений для предварительного и второго периода получаются как частные случаи системы уравнений для первого периода.

Система уравнений при аргументе  $t$  является наиболее естественной и наглядной. Ею целесообразно пользоваться при проведении исследований с применением электронных вычислительных машин (ЭВМ). В других случаях более удобно за независимую переменную – аргумент взять один из остальных пиродинамических элементов.

Процесс горения пороха описывается уравнением

$$u = u_1 p. \quad (1)$$

Процесс образования пороховых газов описывается уравнением

$$\psi = \kappa z(1 + \lambda z). \quad (2)$$

Процесс расширения пороховых газов описывается основным уравнением пиродинамики:

$$ps(l_{\psi} + l) = f\omega\psi - \frac{\theta\varphi qv^2}{2g}. \quad (3)$$

Процесс поступательного движения снаряда описывается уравнением

$$\frac{\varphi q}{g} \frac{dv}{dt} = sp. \quad (4)$$

Четыре уравнения содержат восемь переменных величин:  $u, p, \psi, z, l_{\psi}, l, v, t$ . Для того чтобы система уравнений стала полной, добавим к этим уравнениям еще введенные ранее соотношения между переменными величинами:

$$\frac{dl}{dt} = v; \quad (5)$$

$$\frac{de}{dt} = u; \quad (6)$$

$$z = \frac{e}{e_1}; \quad (7)$$

$$l_{\psi} = l_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta\psi \right]. \quad (8)$$

К исходным уравнениям пришлось добавить не три, а четыре зависимости, так как в них вошла девятая переменная величина  $e$ . Таким образом, получена система из восьми уравнений, в которую входят девять переменных. Решая эту систему, можно выразить восемь из перечисленных переменных величин – пиродинамических элементов в функции от девятой величины  $t$ , принятой за аргумент. Переменные величины  $u$  и  $e$  сами по себе не представляют интереса и могут быть исключены из полученной системы.

Продифференцируем по  $t$  уравнение (7) и заменим  $de$  с помощью уравнения (6):

$$dz = \frac{udt}{e_1}.$$

Учитывая выражение (1) и вводя величину конечного импульса давления  $I_K$ ,

$$I_K = \frac{e_1}{u_1},$$

получим вместо двух уравнений (6) и (7) одно дифференциальное уравнение

$$\frac{dz}{dt} = \frac{p}{I_K}. \quad (9)$$

В результате система уравнений внутренней баллистики принимает вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi = kz(1 + \lambda z); \\ p = f\omega \frac{\psi - \frac{\theta\varphi qv^2}{2gf\omega}}{s(l_\psi + l)}; \\ \frac{\varphi q}{g} \frac{dv}{dt} = sp; \\ \frac{dl}{dt} = v; \\ \frac{dz}{dt} = \frac{p}{I_K}; \\ l_\psi = l_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta\psi \right]. \end{array} \right. \quad (10)$$

Система уравнений содержит семь переменных и шесть уравнений, из них три дифференциальных и три алгебраических. Эта система является замкнутой и допускает единственное решение, в результате которого получим значения пиродинамических элементов в любой момент времени  $t$ .

Как указывалось раньше, отсчет времени  $t$  начинается от момента начала движения снаряда, т. е. считается, что все процессы в предварительном периоде происходят мгновенно.

При решении системы процесс врезания ведущих поясков снаряда в нарезы учитывается косвенно и приближенно с помощью так называемого давления форсирования  $p_0$ .

Будем считать, что движение снаряда начинается в момент, когда давление пороховых газов в камере достигает величины давления форсирования  $p_0$ . При этом сгорит часть пороха, определяемая величинами  $\psi_0$  и  $z_0$ . На основе общей формулы пиростатики будем иметь

$$p_0 = \frac{f \Delta \psi_0}{1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta \psi_0}. \quad (11)$$

Решая это уравнение относительно  $\psi_0$ , найдем

$$\psi_0 = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta}}{\frac{f}{p_0} + \alpha - \frac{1}{\delta}}. \quad (12)$$

Зная величину  $\psi_0$ , можем найти  $z_0$  на основе уравнения (2):

$$\psi_0 = k z_0 (1 + \lambda z_0), \quad (13)$$

которое является квадратным уравнением относительно  $z_0$ . Учитывая малость величины  $z_0$  по сравнению с единицей, в первом приближении можно пренебречь величиной  $\lambda z_0$  и записать

$$z_{01} = \frac{\psi_0}{k}. \quad (14)$$

Для определения  $z_0$  во втором приближении, которое можно считать окончательным, подставляем  $z_{01}$  в скобку правой части равенства (13), в результате чего получим

$$z_0 = z_{02} = \frac{\Psi_0}{\kappa(1 + \lambda z_{01})},$$

или после замены  $z_{01}$  его выражением (14)

$$z_0 = \frac{\Psi_0}{\kappa + \lambda \Psi_0}. \quad (15)$$

Начальное значение величины  $l_\Psi$  будет равно

$$l_{\Psi 0} = l_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta \Psi_0 \right]. \quad (16)$$

Таким образом, при учете процесса врезания ведущих поясков в нарезы с помощью давления форсирования решение системы уравнений (10) необходимо вести при следующих начальных условиях:

$$\text{при } t = 0, v = 0, l = 0, z = z_0. \quad (17)$$

В систему уравнений входят следующие параметры:  $\kappa, \lambda, f\omega, \frac{\theta\varphi q}{2gf\omega}, s, \frac{\varphi q}{g}, I_\kappa, l_0, \frac{\Delta}{\delta}, \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta$ . В решение системы войдет еще параметр  $z_0$  из начальных условий.

### 3.3. ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Система уравнений внутренней баллистики допускает точное аналитическое решение, которое впервые было получено известным русским баллистиком проф. Н.Ф. Дроздовым в 1904 году.

В дальнейшем это решение было усовершенствовано введением относительных переменных и сокращением числа параметров в системе уравнений за счет введения обобщенных параметров. Такое обобщение метода проф. Н.Ф. Дроздова было сделано самим автором и

другими баллистиками (Г.В. Оппоковым, М.С. Гороховым, Б.Н. Окуневым).

В точных аналитических методах решение получается в виде сложных выражений, содержащих квадратуры, т. е. определенные интегралы от известных функций, причем эти интегралы не выражаются через элементарные функции и для их вычисления необходимо составить таблицы вспомогательных функций. Помимо сложности, недостатком точных аналитических методов является трудность их использования для решения обратных задач.

Точные аналитические методы дают возможность сразу получить решение для любого значения аргумента и в общем виде, т. е. более полно исследовать пиродинамические зависимости.

Существуют приближенные аналитические методы, основанные на интегрировании системы уравнений внутренней баллистики при некоторых ее упрощениях. В результате получаются простые аналитические выражения, которые при использовании коэффициентов согласования дают достаточную точность. Одним из наиболее удобных приближенных аналитических методов является метод проф. В.Е. Слухоцкого.

В том случае, когда приходится вести вычисления для большого числа точек, например при построении пиродинамических кривых, целесообразно использовать метод численного интегрирования дифференциальных уравнений внутренней баллистики. В разработку методов численного интегрирования во внутренней баллистике большой вклад внесли советские ученые А.Н. Крылов, Н.А. Упорников, Г.В. Оппоков, Б.Н. Окунев, В.М. Розенберг и другие.

С помощью численного интегрирования решение системы уравнений внутренней баллистики может быть выполнено заранее для различных значений параметров. Результаты решения могут быть оформлены, например, в виде таблиц пиродинамических элементов, называемых таблицами внутренней баллистики. Первые таблицы внутренней баллистики были составлены проф. Н.Ф. Дроздовым в 1910 году. Наиболее распространенными являются таблицы внутренней баллистики ГАУ, составленные в 1942 году под редакцией проф. С.И. Ермолаева и проф. В.Е. Слухоцкого.

Таблицы внутренней баллистики позволяют быстро и достаточно точно решать многие практические задачи. Такой способ обычно называется табличным методом решения основной задачи внутренней баллистики. При этом применяется единственная математическая



операция – интерполирование табличных функций. Применение обобщенных параметров внутренней баллистики позволяет сократить число задаваемых при составлении таблиц параметров и сделать их более универсальными.

### 3.4. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ВТОРОГО ПЕРИОДА

Во втором периоде прекращается горение пороха и образование пороховых газов. Поэтому система уравнений внутренней баллистики существенно упрощается, так как исключаются переменные  $\psi$ ,  $z$ ,  $l_\psi$ . Система уравнений для второго периода получается из системы (10), если в ней величины  $\psi$ ,  $z$ ,  $l_\psi$  считать постоянными и равными их значениям в момент окончания первого периода:

$$\psi = 1, z = 1, l_\psi = l_1 = l_0(1 - \alpha\Delta). \quad (18)$$

В результате система (10) получает следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = f\omega \frac{1 - \left(\frac{v}{v_{\text{пр}}}\right)^2}{s(l_1 + l)}; \\ \frac{\varphi q}{g} \frac{dv}{dt} = sp; \\ \frac{dl}{dt} = v, \end{array} \right. \quad (19)$$

где в качестве одного из параметров использована величина предельной скорости снаряда  $v_{\text{пр}}$ :

$$v_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{2gf\omega}{\theta\varphi q}}. \quad (20)$$

Система уравнений (19) содержит три уравнения и четыре переменные:  $p, v, l, t$ . В систему входят параметры  $f\omega, v_{\text{пр}}, s, l_1, \frac{\Phi q}{g}$ . Она должна быть проинтегрирована при следующих начальных условиях:

$$\text{при } t = t_{\text{к}}, v = v_{\text{к}}, l = l_{\text{к}}. \quad (21)$$

Значение давления в начале второго периода определяется на основе первого уравнения системы (19):

$$p_{\text{к}} = f\omega \frac{1 - \left(\frac{v_{\text{к}}}{v_{\text{пр}}}\right)^2}{s(l_1 + l_{\text{к}})}. \quad (22)$$

Система уравнений (19) интегрируется в конечном виде.

Однако зависимости для давления и скорости во втором периоде проще получить следующим образом. Вместо уравнения движения воспользуемся уравнением адиабаты, учитывая, что количество газов в канале ствола не изменяется и равно  $\omega$ :

$$\frac{p}{p_{\text{к}}} = \left(\frac{W_{\text{к}}}{W_{\Psi}}\right)^{1+\theta}.$$

Текущий и начальный свободные объемы заснарядного пространства  $W_{\Psi}$  и  $W_{\text{к}}$ ,

$$W_{\Psi} = W_0 - \alpha\omega + sl = s(l_1 + l); \quad (23)$$

$$W_{\text{к}} = W_0 - \alpha\omega + sl_{\text{к}} = s(l_1 + l_{\text{к}}).$$

В результате получим зависимость для давления

$$p = p_{\text{к}} \left(\frac{l_1 + l_{\text{к}}}{l_1 + l}\right)^{1+\theta}. \quad (24)$$

Далее, поделив почленно первое уравнение системы (19) на уравнение (22) и заменив отношение давлений на основе равенства (24), будем иметь

$$\left(\frac{l_1 + l_k}{l_1 + l}\right)^\theta = \frac{1 - \left(\frac{v}{v_{\text{пр}}}\right)^2}{1 - \left(\frac{v_k}{v_{\text{пр}}}\right)^2},$$

откуда получим зависимость для скорости

$$v = v_{\text{пр}} \sqrt{1 - \left[1 - \left(\frac{v_k}{v_{\text{пр}}}\right)^2\right] \left(\frac{l_1 + l_k}{l_1 + l}\right)^\theta}. \quad (25)$$

Зависимость для времени движения снаряда в канале ствола найдем интегрированием последнего уравнения системы (19), которое запишем в виде

$$\frac{dt}{dl} = \frac{1}{v}. \quad (26)$$

Подставляя выражение (25) для  $v$  и разделяя переменные, приходим к равенству

$$dt = \frac{dl}{v_{\text{пр}} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{v_k^2}{v_{\text{пр}}^2}\right) \left(\frac{l_1 + l_k}{l_1 + l}\right)^\theta}},$$

интегрируя которое в пределах по  $t$  от  $t_k$  до  $t$  и по  $l$  от  $l_k$  до  $l$ , получим

$$t = t_k + \frac{1}{v_{\text{пр}}} \int_{l_k}^l \frac{dl}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{v_k^2}{v_{\text{пр}}^2}\right) \left(\frac{l_1 + l_k}{l_1 + l}\right)^\theta}}. \quad (27)$$

Для вычисления определенного интеграла удобно перейти от переменной  $l$  к относительной переменной  $v = \frac{v}{v_{\text{пр}}}$  с помощью равенства (25):

$$v = \sqrt{1 - (1 - v_k^2) \left( \frac{l_1 + l_k}{l_1 + l} \right)^\theta}, \quad (28)$$

где обозначено

$$v_k = \frac{v_k}{v_{\text{пр}}}. \quad (29)$$

Из выражения (28) следует

$$l = -l_1 + (l_1 + l_k) \left( \frac{1 - v^2}{1 - v_k^2} \right)^{-\frac{1}{\theta}}. \quad (30)$$

Обозначим для сокращения записи

$$m_k = (l_1 + l_k) (1 - v_k^2)^{\frac{1}{\theta}}. \quad (31)$$

При этом формула для  $l$  примет вид

$$l = -l_1 + m_k (1 - v^2)^{-\frac{1}{\theta}}. \quad (32)$$

Дифференцируя полученное равенство, будем иметь

$$dl = m_k \frac{1}{\theta} (1 - v^2)^{-\frac{1}{\theta} - 1} 2v dv. \quad (33)$$

С учетом выражений (28) и (33) формула (27) для  $t$  примет вид

$$t = t_{\kappa} + \frac{2m_{\kappa}}{\theta v_{\text{пр}} v_{\kappa}} \int_0^v (1-u^2)^{\frac{1}{\theta}-1} du. \quad (34)$$

Для вычисления интеграла, входящего в выражение (34), вводится функция  $\Theta(v)$ :

$$\Theta(v) = \int_0^v (1-u^2)^{\frac{1}{\theta}-1} du.$$

При этом зависимость для времени  $t$  получит окончательный вид

$$t = t_{\kappa} + \frac{2m_{\kappa}}{\theta v_{\text{пр}}} [\Theta(v) - \Theta(v_{\kappa})]. \quad (35)$$

Значения функции  $\Theta(v)$  приведены в таблице для значения параметра расширения  $\theta = 0,2$ .

**Значения функции  $\Theta(v)$**

$v$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,000	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,071	0,081	0,091
0,1	0,102	0,113	0,124	0,135	0,146	0,157	0,169	0,180	0,192	0,205
0,2	0,217	0,230	0,243	0,257	0,271	0,286	0,301	0,316	0,332	0,349
0,3	0,366	0,384	0,403	0,422	0,443	0,464	0,487	0,510	0,535	0,561
0,4	0,589	0,618	0,649	0,682	0,718	0,755	0,795	0,839	0,885	0,935
0,5	0,989	1,047	1,111	1,180	1,256	1,339	1,430	1,531	1,642	1,765
0,6	1,903	2,057	2,230	2,426	2,647	2,899	3,188	3,521	3,905	4,353

Таким образом, зная значения пиродинамических элементов  $l_{\kappa}$ ,  $p_{\kappa}$ ,  $v_{\kappa}$  и  $t_{\kappa}$  в момент окончания первого периода (при  $\psi_{\kappa} = 1$ ), по формулам (24), (25) и (35) можно вычислить давление пороховых газов  $p$ , скорость  $v$  и время  $t$  движения снаряда для любого заданного значения пути снаряда  $l$  во втором периоде.

При  $l = l_d$  найдем значения пиродинамических элементов для дульного среза орудия, и в частности дульную скорость снаряда  $v$ :

$$v_d = v_{\text{пр}} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{v_{\kappa}^2}{v_{\text{пр}}^2}\right) \left(\frac{l_1 + l_{\kappa}}{l_1 + l_d}\right)^{\theta}}. \quad (36)$$

Параметры  $v_{\text{пр}}$ ,  $l_1$  и  $\theta$  определяются по исходным данным.

### 3.5. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ПРИ АРГУМЕНТЕ $z$

В аналитическом методе проф. Слухоцкого интегрируется система уравнений при аргументе  $z$ , которую получим преобразованием системы уравнений (10):

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi = \kappa z (1 + \lambda z); \\ p = f \omega \frac{\psi - \frac{\theta \varphi q v^2}{2 g f \omega}}{s(l_{\psi} + l)}; \\ \frac{\varphi q}{g} \frac{dv}{dt} = s p; \\ \frac{dl}{dt} = v; \\ \frac{dz}{dt} = \frac{p}{I_{\kappa}}; \\ l_{\psi} = l_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta \psi \right] \end{array} \right.$$

с помощью уравнения (9), записанного в виде

$$\frac{dt}{dz} = \frac{I_{\kappa}}{p}. \quad (37)$$

Сначала преобразуем третье уравнение системы (10). Для этого воспользуемся равенством

$$\frac{dv}{dz} = \frac{dv}{dt} \frac{dt}{dz}$$

и подставим в правую часть  $\frac{dv}{dt}$  из третьего уравнения системы (10) и  $\frac{dt}{dz}$  из уравнения (37). В итоге получим уравнение

$$\frac{dv}{dz} = \frac{gs}{\varphi q} I_{\kappa}, \quad (38)$$

которое может быть сразу проинтегрировано. Учитывая, что при  $z = z_0$  должно быть  $v = 0$ , будем иметь

$$v = \frac{gs}{\varphi q} I_{\kappa} (z - z_0). \quad (39)$$

В момент окончания горения должно быть  $z = 1$  и  $v = v_{\kappa}$ , т. е.

$$v_{\kappa} = \frac{gs}{\varphi q} I_{\kappa} (1 - z_0). \quad (40)$$

Сравнивая равенства (39) и (40), получим выражение для скорости в первом периоде

$$v = v_{\kappa} \frac{z - z_0}{1 - z_0}. \quad (41)$$

Преобразуем к аргументу  $z$  второе уравнение системы (10). Заменяя в нем  $\psi$  с помощью первого уравнения системы (10) и  $v$  с помощью выражения (41), будем иметь

$$p = \frac{f\omega kz + f\omega k\lambda z^2 - \frac{\theta\phi q v_k^2}{2g} \left( \frac{z - z_0}{1 - z_0} \right)^2}{s(l_\psi + l)}. \quad (42)$$

Обозначим для сокращения записи:

$$\left. \begin{aligned} a &= f\omega k; \\ c &= \frac{\phi q v_k^2}{g}. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Тогда для давления в первом периоде получим выражение

$$p = \frac{az + a \left[ \lambda z^2 - \frac{\theta c}{2a} \left( \frac{z - z_0}{1 - z_0} \right)^2 \right]}{s(l_\psi + l)}. \quad (44)$$

Перейдем к преобразованию четвертого уравнения системы (10). Для этого воспользуемся равенством

$$\frac{dl}{dz} = \frac{dl}{dt} \frac{dt}{dz}$$

и подставим вместо  $\frac{dl}{dt}$  и  $\frac{dt}{dz}$  их выражения из четвертого уравнения системы (10) и из уравнения (37). Получим уравнение

$$\frac{dl}{dz} = \frac{I_k v}{p}. \quad (45)$$



Подставляя в правую часть уравнения (45)  $v$  из равенства (41) и  $p$  из равенства (42) и разделяя переменные, будем иметь

$$\frac{dl}{l_\Psi + l} = \frac{I_K v_K s \left( \frac{z - z_0}{1 - z_0} \right) dz}{az + a \left[ \lambda z^2 - \frac{\theta c}{2a} \left( \frac{z - z_0}{1 - z_0} \right)^2 \right]}. \quad (46)$$

Введем вместо произведения  $I_K v_K s$  параметр  $c$  в соответствии с выражением (43), заменив предварительно параметр  $I_K$  с помощью выражения (40):

$$I_K v_K s = \frac{c}{1 - z_0}.$$

Кроме того, используем очевидное равенство

$$\frac{dz}{1 - z_0} = d \left( \frac{z - z_0}{1 - z_0} \right). \quad (47)$$

В результате получим четвертое уравнение системы (10) в окончательном виде:

$$\frac{dl}{l_\Psi + l} = \frac{c \frac{z - z_0}{1 - z_0} d \left( \frac{z - z_0}{1 - z_0} \right)}{az + a \left[ \lambda z^2 - \frac{\theta c}{2a} \left( \frac{z - z_0}{1 - z_0} \right)^2 \right]}. \quad (48)$$

Наконец, преобразуем к аргументу  $z$  последнее уравнение системы (10), для чего подставим в него выражение  $\Psi$  из первого уравнения этой системы:

$$l_\Psi = l_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta \kappa z (1 + \lambda z) \right]. \quad (49)$$

Таким образом, получена следующая система уравнений при аргументе  $z$ :

$$\left. \begin{aligned}
 \psi &= \kappa z(1 + \lambda z); \\
 v &= v_{\kappa} \frac{z - z_0}{1 - z_0}; \\
 \frac{dl}{l_{\psi} + l} &= \frac{c \frac{z - z_0}{1 - z_0} d\left(\frac{z - z_0}{1 - z_0}\right)}{az + a \left[ \lambda z^2 - \frac{\theta c}{2a} \left(\frac{z - z_0}{1 - z_0}\right)^2 \right]}; \\
 p &= \frac{az + a \left[ \lambda z^2 - \frac{\theta c}{2a} \left(\frac{z - z_0}{1 - z_0}\right)^2 \right]}{s(l_{\psi} + l)}; \\
 \frac{dt}{dz} &= \frac{I_{\kappa}}{p}; \\
 l_{\psi} &= l_0 \left[ 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta \kappa z(1 + \lambda z) \right].
 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Введение аргумента  $z$  позволило уменьшить число дифференциальных уравнений с трех до двух. В этом и заключается ее преимущество.

### 3.6. ИНТЕГРИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ В ПЕРВОМ ПЕРИОДЕ

Проф. В.Е. Слухоцкий исходную систему уравнений (50) упростил, заменив, во-первых, переменную величину  $l_{\psi}$  постоянной величиной  $l'$ , равной среднему арифметическому значению из величин  $l_{\Delta}$  и  $l_1$ :

$$l_{\psi} \approx l' = \frac{l_{\Delta} + l_1}{2}, \quad (51)$$

а во-вторых, дробь

$$\frac{z - z_0}{1 - z_0} \approx z.$$

Вследствие первого упрощения переменная  $l_\psi$ , а следовательно, и шестое уравнение из системы уравнений (50) исключаются.

На основе второго упрощения входящее в третье и четвертое уравнения системы (50) выражение

$$az + a \left[ \lambda z^2 - \frac{\theta c}{2a} \left( \frac{z - z_0}{1 - z_0} \right)^2 \right]$$

записывается следующим образом:

$$az + a \left[ \lambda z^2 - \frac{\theta c}{2a} z^2 \right] = az(1 + bz),$$

где обозначено

$$b = \lambda - \frac{\theta c}{2a}.$$

С учетом сделанных допущений при исключении переменной  $\psi$  система уравнений (50) получает вид

$$\left. \begin{aligned} v &= v_k z; \\ \frac{dl}{l' + l} &= \frac{cdz}{a(1 + bz)}; \\ p &= \frac{az(1 + bz)}{s(l' + l)}; \\ \frac{dt}{dz} &= \frac{I_K}{p}. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Будем интегрировать систему уравнений (52) в первом периоде при следующих начальных условиях: при  $z = z_0$ ,  $l = 0$ ,  $t = 0$ .

Зависимость скорости снаряда от аргумента  $z$  представлена первым уравнением системы

$$v = v_K z. \quad (53)$$

Найдем выражение для пути, проинтегрировав второе уравнение системы в пределах по  $l$  от 0 до  $l$  и по  $z$  от  $z_0$  до  $z$ :

$$\ln \frac{l' + l}{l'} = \frac{c}{ab} \ln \frac{1 + bz}{1 + bz_0}.$$

Произведя потенцирование, будем иметь

$$\frac{l' + l}{l'} = \left( \frac{1 + bz}{1 + bz_0} \right)^k, \quad (54)$$

где обозначено

$$k = \frac{c}{ab}. \quad (55)$$

Решая последнее уравнение относительно  $l$ , получаем зависимость пути снаряда от аргумента  $z$ :

$$l = l' \left[ \left( \frac{1 + bz}{1 + bz_0} \right)^k - 1 \right]. \quad (56)$$

В третьем уравнении системы (52) заменим скобку  $(l' + l)$  с помощью равенства (54). Тогда будем иметь

$$p = \frac{a}{sl'} (1 + bz_0)^k z (1 + bz)^{1-k}$$

и, вводя обозначение

$$A = \frac{a}{sl'} (1 + bz_0)^k, \quad (57)$$

получим зависимость давления пороховых газов от аргумента  $z$ :

$$p = Az(1 + bz)^{1-k}. \quad (58)$$

В четвертом уравнении системы (52) заменим  $p$  на основе формулы (58) и разделим переменные. Будем иметь

$$dt = \frac{I_k}{A} \frac{dz}{z(1 + bz)^{1-k}}.$$

Интегрируя это уравнение в пределах по  $t$  от 0 до  $t$  и по  $z$  от  $z_0$  до  $z$ , получим зависимость времени движения снаряда от аргумента  $z$ :

$$t = \frac{I_k}{A} \int_{z_0}^z \frac{dz}{z(1 + bz)^{1-k}}. \quad (59)$$

Для вычисления интеграла, входящего в выражение (59), вводится новая переменная  $z'$ ,

$$z' = bz, \quad (60)$$

и обозначение

$$m = 1 - k. \quad (61)$$

В приложении приведена таблица функции  $T(bz, m)$ :

$$T(bz, m) = \int_{z'_T}^{z'} \frac{dz'}{z'(1 + z')^m}. \quad (62)$$

Эта функция была предложена и вычислена Л.Б. Комаровым.

Нижний предел интеграла  $z'_T$  выбран из тех соображений, чтобы для всех практически возможных значений  $z'_0 = bz_0$  выполнялось условие

$$|z'_0| > |z'_T|.$$

При использовании функции  $T(bz, m)$  выражение (59) для времени  $t$  запишется следующим образом:

$$t = \frac{I_k}{A} [T(bz, m) - T(bz_0, m)]. \quad (63)$$

Таким образом, задаваясь значением аргумента  $z$ , по формулам (53), (56), (58), (63) можно вычислить соответствующие значения пиродинамических элементов для первого периода.

Пиродинамические элементы во втором периоде вычисляются по формулам, полученным в предыдущем разделе курса.

### 3.7. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ПРИ АРГУМЕНТЕ $x$

Таблицы внутренней баллистики рассчитываются методом численного интегрирования системы уравнений внутренней баллистики. При этом целесообразно использовать такую систему уравнений, которая содержала бы малое число параметров и требовала малого времени для расчета пиродинамических элементов.

Во внутренней баллистике широкое применение нашла предложенная В.М. Розенберг система уравнений при аргументе  $x$ :

$$x = \frac{z - z_0}{1 - z_0}. \quad (64)$$

В первом периоде величина аргумента  $x$  изменяется в пределах от 0 до 1. Из равенства (64) находим

$$z = z_0 + (1 - z_0)x. \quad (65)$$

Получим систему уравнений при аргументе  $x$  путем преобразования системы уравнений (50) при аргументе  $z$ .

Зависимость для скорости снаряда с учетом формулы (65) получает вид

$$v = v_k x, \quad (66)$$

откуда вытекает физический смысл аргумента  $x$ :

$$x = \frac{v}{v_k} \quad (67)$$

как относительной скорости снаряда. В таком понимании величина  $x$  может быть использована в качестве аргумента и во втором периоде.

При преобразовании третьего уравнения системы (50) к аргументу  $x$  учтем выражения (64) и (65). Будем иметь

$$\frac{dl}{l_{\Psi} + l} = \frac{cx \cdot dx}{a \left\{ z_0 + (1 - z_0)x + \lambda [z_0 + (1 - z_0)x]^2 - \frac{\theta c}{2a} x^2 \right\}}. \quad (68)$$

Введем функцию  $K(x)$ ,

$$K(x) = \frac{cx}{a \left\{ z_0 + (1 - z_0)x + \lambda [z_0 + (1 - z_0)x]^2 - \frac{\theta c}{2a} x^2 \right\}},$$

выражение для которой, учитывая формулы (43) для параметров  $a$  и  $c$ , можно привести к виду

$$K(x) = \frac{x}{a_1 + a_2 x - a_3 x^2}, \quad (69)$$

где обозначено

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{\Psi_0}{B(1 - z_0)^2}; \\ a_2 &= \frac{\kappa(1 + 2\lambda z_0)}{B(1 - z_0)}; \\ a_3 &= \frac{\theta}{2} - \frac{\kappa\lambda}{B}. \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

Параметры  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  содержат важный параметр внутренней баллистики  $B$ :

$$B = \frac{gs^2 I_{\kappa}^2}{f\omega\varphi q}, \quad (71)$$

который был введен проф. Н.Ф. Дроздовым и называется параметром заряжания проф. Дроздова.

При использовании функции  $K(x)$  уравнение (68) запишется следующим образом:

$$\frac{dl}{dx} = K(x)(l_{\Psi} + l). \quad (72)$$

Последнее уравнение системы (50), учитывая выражение (65), можно привести к виду

$$l_{\Psi} = l_0 (a_4 - a_5 x + a_6 x^2), \quad (73)$$

где обозначено

$$\left. \begin{aligned} a_4 &= 1 - \frac{\Delta}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta \Psi_0; \\ a_5 &= \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta \kappa (1 + 2\lambda z_0) (1 - z_0); \\ a_6 &= - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \Delta \kappa \lambda (1 - z_0)^2. \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

В уравнении (72) заменим переменную  $l_{\Psi}$  выражением (73), а путь  $l$  – относительным путем снаряда  $\Lambda$ :

$$\Lambda = \frac{l}{l_0}. \quad (75)$$

В результате будем иметь

$$\frac{d\Lambda}{dx} = K(x) (\Lambda + a_4 - a_5 x + a_6 x^2),$$

или, вводя функцию

$$A(x) = K(x) (a_4 - a_5 x + a_6 x^2), \quad (76)$$



получим уравнение (68) в окончательном виде

$$\frac{d\Lambda}{dx} = A(x) + K(x)\Lambda. \quad (77)$$

Преобразование четвертого уравнения системы (50) к аргументу  $x$  дает зависимость для давления пороховых газов

$$p = \frac{a_7 x}{A(x) + K(x)\Lambda}, \quad (78)$$

где обозначено

$$a_7 = f \Delta B (1 - z_0)^2. \quad (79)$$

Пятое уравнение системы (50) с учетом формулы (64) получает вид

$$\frac{dt}{dx} = \frac{a_8}{p}, \quad (80)$$

где обозначено

$$a_8 = I_k (1 - z_0). \quad (81)$$

Исключая переменные  $l_\psi$  и  $\psi$  из дальнейшего рассмотрения, приходим к следующей системе уравнений внутренней баллистики при аргументе  $x$ :

$$\left. \begin{aligned} v &= v_k x; \\ \frac{d\Lambda}{dx} &= A(x) + K(x)\Lambda; \\ p &= \frac{a_7 x}{A(x) + K(x)\Lambda}; \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{a_8}{p}. \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

Система (82) содержит четыре уравнения и пять переменных:  $v$ ,  $\Lambda$ ,  $p$ ,  $t$ ,  $x$ . Она должна интегрироваться при следующих начальных условиях: при  $x = 0$ ,  $\Lambda = 0$ ,  $t = 0$ . В систему входят девять постоянных величин:  $v_k$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $a_5$ ,  $a_6$ ,  $a_7$ ,  $a_8$ .

### 3.8. СОСТАВЛЕНИЕ ТАБЛИЦ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ

В практическом отношении, поскольку наиболее часто приходится строить графики зависимостей пиродинамических элементов от пути снаряда, за аргумент целесообразно принять относительный путь  $\Lambda$ .

Введем вместо действительной скорости снаряда  $v$  условную скорость  $v_{\text{табл}}$ , определяемую равенством

$$v_{\text{табл}} = \frac{v}{\sqrt{\frac{\omega}{\varphi q}}}, \quad (83)$$

а вместо действительного времени движения снаряда  $t$  – условное время  $t_{\text{табл}}$  в соответствии с равенством

$$t_{\text{табл}} = \sqrt{\frac{\omega}{\varphi q}} \frac{t}{l_0}. \quad (84)$$

Величины  $v_{\text{табл}}$  и  $t_{\text{табл}}$  будем называть соответственно табличной скоростью и табличным временем.

Из анализа системы уравнений для первого и второго периодов следует, что таблицы внутренней баллистики для обоих периодов будут едиными по устройству.

Так как удобные в практическом отношении таблицы не должны иметь более трех-четырёх входов, то очевидно, что при составлении таблиц внутренней баллистики нельзя учесть изменения всех параметров. Некоторые параметры при составлении таблиц приходится задавать их средними значениями. В качестве таких параметров выбирают параметры, значения которых лежат в узких пределах или не могут быть определены с достаточной точностью.

### 3.9. УСТРОЙСТВО ТАБЛИЦ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ ГАУ

При составлении таблиц внутренней баллистики ГАУ приняты постоянными значения параметров, характеризующих природу пороха, форму порохового зерна и давление форсирования:

$$\left. \begin{aligned} f &= 950 \cdot 10^3 \frac{\text{кгс} \cdot \text{дм}}{\text{кгс}}; & \theta &= 0,20; \\ \alpha &= 1,00 \text{ дм}^3/\text{кгс}; & \kappa &= 1,06; \\ \delta &= 1,60 \text{ кгс/дм}^3; & p_0 &= 300 \cdot 10^2 \text{ кгс/дм}^2. \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

Выбранные значения характеристик отвечают пироксилиновому пороху, имеющему в среднем калорийность  $Q_w = 775$  ккал/кгс. Значение характеристики формы  $\kappa = 1,06$  отвечает пороховому зерну в виде ленты. Значение давления форсирования  $p_0 = 300$  кгс/см<sup>2</sup> отвечает орудиям наземной артиллерии с раздельным заряданием, имеющим снаряды с одним ведущим пояском. Выбор значений параметров внутренней баллистики (85) принадлежит проф. Н.Ф. Дроздову.

При постоянных значениях параметров  $f$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\theta$ ,  $\kappa$ ,  $p_0$  давление пороховых газов, табличная скорость и табличное время зависят от трех величин  $\Lambda$ ,  $\Delta$ ,  $B$ :

$$\left. \begin{aligned} p &= f_1(\Lambda, \Delta, B); \\ v_{\text{табл}} &= f_2(\Lambda, \Delta, B); \\ t_{\text{табл}} &= f_3(\Lambda, \Delta, B). \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

Эти величины являются входными в таблице внутренней баллистики ГАУ. Пиродинамические элементы в точках, отвечающих наибольшему давлению пороховых газов и моменту окончания горения заряда, будут зависеть только от двух входных величин:  $\Delta$  и  $B$ .

Таблицы внутренней баллистики ГАУ состоят из трех основных частей: в первой части приведены значения давлений, во второй части – значения табличных скоростей, в третьей части – значения табличного времени. Для того чтобы иметь удобное числовое значение табличного времени, в последнем уравнении системы (86) функция  $f_3(\Lambda, \Delta, B)$  умножается на числовой множитель  $10^6$ . С помощью основных трех частей решаются табличным методом прямые задачи.

В таблицах внутренней баллистики ГАУ приведены значения давлений [кгс/см<sup>2</sup>], значения табличных скоростей [м/с], значения табличного времени – в некоторых условных единицах  $\left[ \frac{с}{дм} 10^6 \right]$ .

Действительные величины скорости  $v$  и времени  $t$  определяются с помощью равенств (83) и (84), из которых получим

$$\left. \begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{\omega}{\varphi q}} v_{\text{табл}}; \\ t &= \frac{l_0}{\sqrt{\frac{\omega}{\varphi q}}} 10^{-6} t_{\text{табл}}. \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

После подстановки величин  $v_{\text{табл}}$  и  $t_{\text{табл}}$  в формулы (87) получаем скорости [м/с] и времена [с]. Следует иметь в виду, что значения  $l_0$  при вычислении величин  $t$  берутся в дециметрах (дм).

Значения  $p$ ,  $v_{\text{табл}}$ ,  $t_{\text{табл}}$  в таблицах приведены для значений аргумента  $\Lambda$  с переменным шагом в пределах от  $\Lambda = 0,1$  до  $\Lambda = 20,0$ .

Значения плотности заряжения  $\Delta$  в таблицах выбраны в пределах от  $\Delta = 0,05$  кгс/дм<sup>3</sup> до  $\Delta = 0,95$  кгс/дм<sup>3</sup> через  $0,01$  кгс/дм<sup>3</sup>.

Наибольшее значение параметра заряжения  $B$  в таблицах принято равным  $4,0$ , а шаг изменения параметра  $B$  выбран равным  $0,1$ . При уменьшении значений параметра  $B$  значения  $p$  возрастают. Наименьшее значение  $B_{\text{min}}$  параметра  $B$  при каждом значении плотности заряжения  $\Delta$  выбирается так, чтобы соответствующее значение  $p_m$  было равно приблизительно  $6000$  кгс/см<sup>2</sup>.

Шаг входных величин  $\Lambda$ ,  $\Delta$ ,  $B$  таблицы выбран из тех соображений, чтобы при применении линейного интерполирования величины пиродинамических элементов определялись с требуемой точностью.

В приложении приведены по одной странице из первой, второй и третьей части таблиц внутренней баллистики ГАУ для  $\Delta = 0,65$  и страница из таблиц для баллистического расчета для  $\Delta = 0,65$ .

## 4. ВНУТРЕННЯЯ БАЛЛИСТИКА РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ

Рабочие процессы, протекающие в реактивном двигателе на твердом топливе (РДТТ), весьма сходны с рабочими процессами, происходящими в канале ствола артиллерийского орудия при выстреле. Поэтому раздел, рассматривающий процессы в РДТТ, называют внутренней баллистикой реактивного двигателя на твердом топливе.

Выдающуюся роль в разработке теории, конструкции и производстве пороховых ракет сыграл русский ученый-артиллерист К.И. Константинов (1817–1871). Основоположником теории реактивного движения стал русский ученый К.Э. Циолковский (1857–1935).

### 4.1. КОНСТРУКТИВНАЯ СХЕМА РДТТ

Реактивный двигатель на твердом топливе (рис. 4.1) состоит из следующих основных частей: корпуса 1, соплового блока 2, днища 9, заряда 5, воспламенителя 7, пускового устройства 8, диафрагмы 4 и элементов крепления 6.

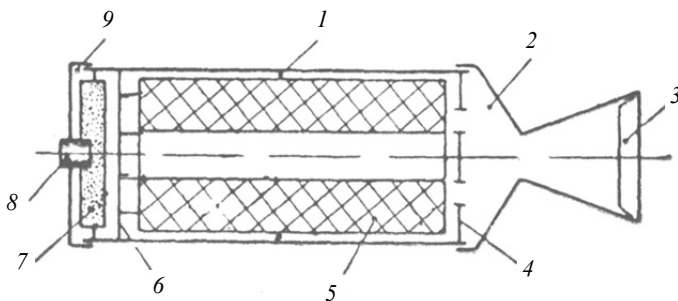


Рис. 4.1. Схема РДТТ

Корпус предназначен для размещения в нем заряда и соединения с ним остальных частей двигателя. Он представляет собой цилиндрическую трубу, внутренний объем которой образует камеру РДТТ, и изготавливается из легированной стали, армированной пластмассы или титанового сплава. Армированная пластмасса состоит из упрочняющего (армирующего) наполнителя, например стеклянных нитей или лент (70 %), и связующего полимера, например эпоксидной смолы (30 %). Корпус должен быть прочным, жестким и легким. Внутри корпус может покрываться теплоизоляционным материалом.

Сопловой блок может иметь одно или несколько сопел, предназначенных для сообщения продуктам горения твердого топлива необходимой, обычно сверхзвуковой, скорости истечения. Ось сопел может совпадать или не совпадать с осью корпуса (двигателя). По оси сопла направлена реактивная сила, а равнодействующая реактивных сил всех сопел составляет реактивную силу двигателя. Для обеспечения герметичности камеры РДТТ сопла закрываются заглушками 3.

Днище ограничивает камеру РДТТ с одного конца. Оно может быть плоской или эллипсоидной формы. Часто в нем размещаются воспламенитель и пусковое устройство.

Заряд состоит из одной или нескольких шашек твердого топлива. В качестве твердого топлива в РДТТ применяются ракетные пороха или смесевые топлива. Ракетные пороха являются обычно нитроглицериновыми порохами с содержанием до 50 % нитроглицерина и отличаются высокой калорийностью, а также хорошей пластичностью при прессовании толстостенных шашек. По структуре они однородны (гомогенны). Смесевые топлива представляют собой механическую смесь органических горючих: полимерных веществ (смола, каучук и т. п. – до 30 %), неорганических окислителей (нитраты или перхлораты калия и аммония – до 70 %) и добавок, обеспечивающих заданные свойства топлива.

Существенные преимущества смесевых топлив – это устойчивое горение при относительно небольших давлениях (20 кгс/см<sup>2</sup> и менее) и пониженная зависимость скорости горения от температуры топлива.

Форма шашек твердого топлива бывает различная: в виде сплошного круглого или крестообразного стержня, цилиндра с цилиндрическим или фигурным каналом и дополнительными элементами (конусом, щелями и т. п.). Часть поверхности шашки может быть бронирована, т. е. покрыта негорючим веществом. В реактивной артиллерии

наиболее широко применяются одноканальные цилиндрические шашки, небронированные или бронированные только с торцов,

Воспламенитель предназначен для воспламенения заряда и создания в камере РДТТ давления, необходимого для устойчивого горения заряда. Обычно воспламенитель состоит из навески дымного ружейного пороха (ДРП) в герметичном металлическом или пластмассовом корпусе.

Пусковое устройство предназначено для запуска РДТТ путем зажигания воспламенителя. Для этого чаще всего применяется электрозапал, удобный для дистанционного управления.

Диафрагма при работе двигателя удерживает шашки заряда от перемещения в осевом направлении и исключает попадание в сопло случайно оторвавшихся от шашки кусков твердого топлива.

Элементы крепления соединяют между собой отдельные части двигателя, и в частности фиксируют в камере положение шашек заряда. Такими элементами могут быть вкладыши, винты, шпильки, резьбовые соединения и т. п.

Таким образом, главные конструктивные особенности РДТТ – это:

- применение твердого топлива в виде шашек правильной геометрической формы;
- размещение и хранение топлива в камере РДТТ;
- наличие сопла, т. е. полужамкнутого объема, в котором сгорает топливо;
- отсутствие устройств, регулирующих горение топлива.

## 4.2. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ РДТТ

Принцип действия РДТТ состоит в превращении химической энергии, заключенной в твердом топливе, в механическую (кинетическую) энергию газовой струи, вытекающей из сопла. При этом происходят следующие основные процессы:

- 1) воспламенение заряда;
- 2) горение твердого топлива (пороха);
- 3) образование пороховых газов;
- 4) истечение пороховых газов через сопло;
- 5) движение пороховых газов в камере РДТТ;
- 6) теплопередача от пороховых газов к стенкам двигателя.



В результате этих процессов на внутреннюю поверхность корпуса двигателя, соплового блока и днища будет действовать неодинаковое по величине избыточное давление пороховых газов, равное абсолютному давлению  $p$  за вычетом наружного (атмосферного) давления  $p_H$ . Равнодействующая сила всех сил избыточного давления, действующих на внутреннюю поверхность РДТТ  $S_{вн}$ , представляет собой реактивную силу  $\bar{R}$ :

$$\bar{R} = \iint_{S_{вн}} (p - p_H) \bar{n} dS, \quad (88)$$

где  $\bar{n}$  – единичный вектор нормали к внутренней поверхности.

Детальный анализ формулы (88) в случае РДТТ с одним соплом, ось которого совпадает с осью корпуса, позволяет получить следующее выражение для реактивной силы  $R$ , направленной вперед вдоль оси двигателя:

$$R = \frac{G}{g} w_a + s_a (p_a - p_H), \quad (89)$$

где  $G$  – секундный расход газов через сопло;  $w_a$  – скорость газов в выходном сечении сопла (скорость истечения газов из сопла);  $s_a$  – площадь выходного сечения сопла;  $p_a$  – давление газов в выходном сечении сопла.

На практике для расчета величины реактивной силы часто используют упрощенную формулу

$$R = \frac{G}{g} w_e, \quad (90)$$

где  $w_e$  – эффективная скорость истечения газов из сопла, бóльшая величины  $w_a$  на 10...15 %,

$$w_e = w_a \left[ 1 + \frac{g s_a (p_a - p_H)}{G w_a} \right], \quad (91)$$

или формулу

$$R = c_R s_{кр} p_{кам}, \quad (92)$$

где  $s_{кр}$  – площадь критического сечения сопла;  $p_{кам}$  – среднее в объеме камеры РДТТ давление пороховых газов;  $c_R$  – коэффициент реактивной силы (тяги), зависящий в основном от коэффициента уширения сопла  $\xi$ ,

$$\xi = \frac{d_a}{d_{кр}}, \quad (93)$$

где  $d_{кр}$  и  $d_a$  – диаметры критического и выходного сечений сопла.

Значения коэффициента  $c_R$  и относительного давления пороховых газов в выходном сечении сопла  $\frac{p_a}{p_{кам}}$  в зависимости от величины коэффициента уширения сопла  $\xi$  для показателя адиабаты  $k = 1,25$  приведены в таблице.

#### Значения коэффициентов

$\xi$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0
$c_R$	1,25	1,38	1,46	1,51	1,56	1,60	1,66	1,70
$\frac{p_a}{p_{кам}}$	0,555	0,198	0,116	0,076	0,054	0,039	0,021	0,013

Формула (92) показывает, что величина реактивной силы зависит в основном от давления пороховых газов в камере двигателя, площади критического сечения сопла и коэффициента уширения сопла.

### 4.3. РАБОЧИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РДТТ

Баллистические свойства реактивного двигателя на твердом топливе характеризуются рабочими характеристиками, к которым относятся следующие величины:

- 1) время работы двигателя  $t_k$ ;

- 2) наибольшее давление пороховых газов  $p_{\max}$  ;
- 3) секундный расход газов через сопло  $G$  ;
- 4) скорость истечения газов из сопла  $w_a$  ;
- 5) давление пороховых газов на срезе сопла  $p_a$  ;
- 6) полный импульс реактивной силы  $I_{\Pi}$ ,

$$I_{\Pi} = \int_0^{t_k} R dt ; \quad (94)$$

- 7) единичный импульс реактивной силы  $I_1$ ,

$$I_1 = \frac{I_{\Pi}}{\omega}, \quad (95)$$

где  $\omega$  – вес порохового заряда РДТТ;

- 8) удельная тяга двигателя  $R_{уд}$ ,

$$R_{уд} = \frac{R}{G}. \quad (96)$$

Если считать, что секундный расход газов и, следовательно, реактивная сила постоянны, причем

$$G = \frac{\omega}{t_k}, \quad (97)$$

и использовать выражение (90) для реактивной силы (тяги), то можно получить следующее соотношение:

$$I_1 = R_{уд} = \frac{w_e}{g}. \quad (98)$$

Величина единичного импульса для РДТТ снарядов реактивной артиллерии лежит в пределах 190...220 кгс · с/кгс.

#### 4.4. ПРОЦЕССЫ, ПРОИСХОДЯЩИЕ В КАМЕРЕ РДГТ

Основным отличием внутренней баллистики РДГТ от внутренней баллистики артиллерийского орудия является то, что процесс расширения пороховых газов в РДГТ происходит в сопле и связан с процессом их истечения. Тепловая энергия пороховых газов в РДГТ превращается не в кинетическую энергию снаряда, а в кинетическую энергию газовой струи. Кроме того, имеется ряд особенностей, влияющих на процессы, происходящие в камере РДГТ:

- постоянство объема, в котором горит заряд;
- малые давления пороховых газов в камере (до  $200 \dots 300 \text{ кгс/см}^2$ );
- важная роль процесса воспламенения заряда;
- большие потери тепла через стенки камеры;
- обтекание горячей поверхности заряда газами.

Явление выстрела в РДГТ подразделяется на три периода.

1. Период выхода на режим – от момента начала горения воспламенителя до момента начала устойчивой работы двигателя.

2. Основной период, или период устойчивой работы двигателя, – от момента начала устойчивой работы до момента окончания горения заряда.

3. Период последствий – от момента окончания горения заряда до момента, когда закончится истечение пороховых газов из камеры.

Отсчет времени ведется от момента начала горения воспламенителя. При этом считается, что процесс воспламенения пороха происходит мгновенно.

Процесс воспламенения заряда в РДГТ сопровождается истечением газов через сопло, повышенными потерями тепла через стенки камеры и более интенсивной теплопередачей от газов к заряду за счет движения газов вдоль камеры. В зависимости от количества воспламенителя характер нарастания давления в камере РДГТ будет разным (рис. 4.2): при большом весе воспламенителя резко увеличивается максимальное давление пороховых газов (кривая 1), а при слишком малом весе воспламенителя происходят затяжное воспламенение заряда (кривая 2) и неустойчивая работа РДГТ. Оптимальный вес воспламенителя, обеспечивающий нормальную кривую давления, зависит от величины поверхности заряда, причем к каждому квадратному сантиметру поверхности необходимо подвести около семи калорий тепла.

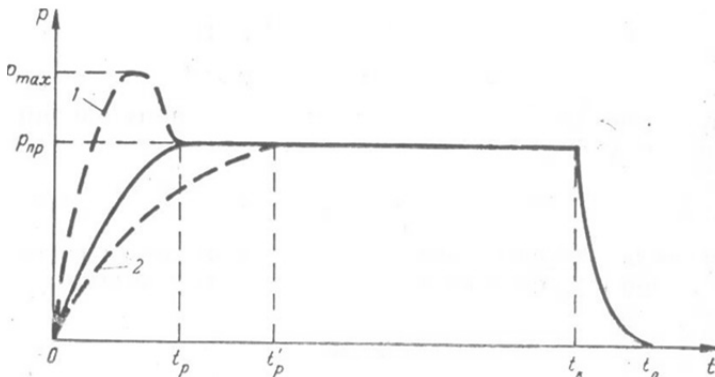


Рис. 4.2. Кривая давления газов в камере РДТТ

Теплопередача от пороховых газов к стенкам двигателя характеризуется величиной коэффициента потерь тепла  $\chi$ :

$$\chi = 1 - \frac{Q_{\text{пот}}}{YQ_w}, \quad (99)$$

где  $Y$  – секундный приход пороховых газов вследствие горения пороха с калорийностью  $Q_w$ ;  $Q_{\text{пот}}$  – количество тепла, ушедшего за 1 с через стенку двигателя, имеющую температуру  $T_{\text{ст}}$  и площадь поверхности  $S_{\text{ст}}$ ,

$$Q_{\text{пот}} = \alpha S_{\text{ст}} (T - T_{\text{ст}}), \quad (100)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;  $T$  – температура пороховых газов.

Учитывая формулу (100), получим для  $\chi$  выражение

$$\chi = 1 - \frac{\alpha S_{\text{ст}} (T - T_{\text{ст}})}{YQ_w}. \quad (101)$$

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  существенно зависит от величины скорости газов в камере и в среднем равен  $0,5 \text{ ккал}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{град})$ . Можно применять также эмпирическую формулу

$$\chi = 1 - \frac{a}{1 + b\psi}, \quad (102)$$

где  $\psi$  – относительный вес сгоревшего заряда;  $a, b$  – опытные коэффициенты, равные для многошашечных зарядов, по данным проф. Я.М. Шапиро,  $a = 0,16$ ,  $b = 2,0$ .

Из формул (101) и (102) следует, что при работе РДТТ коэффициент потерь  $\chi$  растет, так как увеличивается  $\psi$  и уменьшается  $a$ .

Во внутренней баллистике РДТТ большое значение имеет соотношение прихода и расхода пороховых газов.

#### 4.5. ПРИХОД ПОРОХОВЫХ ГАЗОВ

В результате горения бездымного пороха образуются пороховые газы, вес которых равен весу сгоревшего пороха. Процесс горения заряда в РДТТ происходит при малых давлениях, когда справедлив степенной закон скорости горения, выражаемый эмпирической формулой

$$u = u_1^* p^v, \quad (103)$$

где  $u_1^*$  – коэффициент скорости горения;  $v$  – показатель степени, величина которого меньше единицы.

Коэффициент скорости  $u_1^*$  зависит от сорта пороха, начальной температуры заряда  $t_0$  и от скорости обтекания газами поверхности заряда  $w_r$ :

$$u_1^* = u_1 f_1(t_0) f_2(w_r). \quad (104)$$

Коэффициент скорости горения  $u_1$  определяется опытным путем при нормальной температуре заряда  $+15^\circ\text{C}$  и при отсутствии обтекания поверхности заряда газами  $w_r = 0$ . При этом должно быть

$$f_1(15) = 1; \quad f_2(0) = 1.$$

Зависимость скорости горения заряда от начальной его температуры определяется эмпирической формулой

$$f_1(t_0) = \frac{B}{B - (t_0 - 15)}, \quad (105)$$

где  $B$  – опытная характеристика пороха, равная для ракетных порохов в среднем  $300^\circ\text{C}$ .

Зависимость скорости горения заряда от скорости обтекания поверхности проявляется лишь тогда, когда скорость обтекания будет больше некоторого значения  $w_{\Gamma}^*$ , равного приблизительно 100 м/с. Следовательно, при  $w_{\Gamma} \leq w_{\Gamma}^*$  имеем  $f_2(w_{\Gamma}) = 1$ , а при больших значениях  $w_{\Gamma}^*$  можно пользоваться эмпирической формулой

$$f_2(w_{\Gamma}) = 1 + K_w (w_{\Gamma} - w_{\Gamma}^*), \quad (106)$$

где  $K_w$  – опытная характеристика пороха, равная для ракетных порохов в среднем 0,0020 с/м.

Как следует из формул (103) – (106), скорость горения заряда растет с увеличением давления пороховых газов, начальной температуры заряда и скорости обтекания газами поверхности заряда.

Если в формуле (103) принять размерность давления [кгс/см<sup>2</sup>], то для наиболее распространенных ракетных порохов при нормальных условиях можно принимать  $u_1 = 0,37$  и  $v = 0,70$ . При этом размерность скорости горения будет выражаться в [мм/с], например при  $p = 100$  кгс/см<sup>2</sup> получим  $u = 9,3$  мм/с.

Процесс образования пороховых газов определяется характером изменения скорости горения и поверхности горения заряда. Для наиболее распространенных в снарядах реактивной артиллерии зарядов, состоящих из нескольких одинаковых одноканальных цилиндрических шашек, закон образования пороховых газов характеризуется формулой

$$\psi = (1 + \beta)z - \beta z^2, \quad (107)$$

где  $\beta$  – коэффициент формы пороховой шашки,

$$\beta = \frac{2e_1}{2c}. \quad (108)$$

В этом случае коэффициент прогрессивности  $\sigma$  описывается формулой

$$\sigma = 1 - \frac{2\beta}{1 + \beta} z, \quad (109)$$

или, используя уравнение (107) и учитывая, что величина  $\beta$  мала по сравнению с единицей, получаем

$$\sigma = 1 - 2\beta\psi. \quad (110)$$

Как следует из формулы (110), при горении заряда коэффициент прогрессивности изменяется незначительно и при  $\beta = 0,05$  в конце горения заряда  $\sigma_k = 0,90$ .

Величину поверхности горения  $S$  можно определить по формуле

$$S = \sigma S_0, \quad (111)$$

где  $S_0$  – начальная поверхность горения заряда.

Процесс образования пороховых газов характеризуется секундным приходом  $Y$  или весовой скоростью горения порохового заряда  $\frac{d\omega_{\text{сг}}}{dt}$ :

$$Y = \frac{d\omega_{\text{сг}}}{dt} = \frac{\delta S de}{dt} = \delta S u. \quad (112)$$

Учитывая формулы (103), (104), (111), окончательно можем записать

$$Y = \delta S_0 u_1 \sigma f_1(t_0) f_2(w_{\Gamma}) p_{\text{кам}}^v. \quad (113)$$

Как видно, секундный приход газов в РДТТ зависит от физико-химических характеристик пороха ( $\delta$ ,  $u_1$ ,  $v$ ,  $t_0$ ), конструкции заряда ( $S_0$ ,  $\sigma$ ,  $w_{\Gamma}$ ) и величины давления пороховых газов  $p_{\text{кам}}$ . При горении заряда обычно изменяются только величины  $p_{\text{кам}}$ ,  $\sigma$  и  $w_{\Gamma}$ .

#### 4.6. РАСХОД ПОРОХОВЫХ ГАЗОВ

Процесс истечения пороховых газов через сверхзвуковое сопло позволяет получить скорость потока газов, достигающую 2000 м/с, что более чем в два раза превосходит скорость звука в потоке.

При движении газов в сопле их скорость непрерывно растет за счет процесса расширения газов, в результате которого температура и давление газов непрерывно уменьшаются.



Для установившегося процесса истечения при допущениях, что на входе в сопло газы не имеют скорости, поток газов одномерный, состав их не изменяется и теплоемкость постоянна, справедливо следующее выражение для скорости газов  $w$  в произвольном сечении:

$$w = \varphi_1 \sqrt{\frac{2gk}{k-1} \chi f_0 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_{\text{кам}}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}, \quad (114)$$

где  $f_0$  – приведенная сила пороха,

$$f_0 = RT_0 = \frac{f}{k}, \quad (115)$$

где  $T_0$  – температура горения пороха при постоянном давлении;  $\chi$  – коэффициент тепловых потерь;  $\varphi_1$  – коэффициент потери скорости газов.

Основной характеристикой процесса истечения является секундный расход  $G$  или весовая скорость истечения газов  $\frac{d\omega_{\text{ист}}}{dt}$ ,

$$G = \frac{d\omega_{\text{ист}}}{dt} = \varphi_2 g \rho s w,$$

где  $\varphi_2$  – коэффициент потери расхода газов.

Используя уравнение адиабаты

$$\frac{\rho}{\rho_{\text{кам}}} = \left( \frac{p_{\text{кам}}}{p} \right)^{\frac{1}{k}}$$

и уравнение состояния идеального газа

$$\frac{p}{\rho} = RT,$$

получим следующее выражение для секундного расхода в критическом сечении  $s_{кр}$ :

$$G = \frac{\varphi_2 A^* s_{кр} p_{кам}}{\sqrt{\chi f_0}}. \quad (116)$$

Величина  $A^*$  называется параметром расхода и выражается формулой

$$A^* = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2gk}{k+1}}. \quad (117)$$

При  $k = 1,25$  и  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  получим  $A^* = 2,06 \text{ м}^{1/2}/\text{с}$ . Как видим, секундный расход газов в РДТТ зависит от конструкции двигателя ( $s_{кр}$ ,  $\chi$ ,  $\varphi_2$ ), приведенной силы пороха  $f_0$  и давления пороховых газов  $p_{кам}$ .

Из постоянства секундного расхода вдоль сопла можно получить соотношение между относительным давлением  $\frac{p}{p_{кам}}$  в любом сечении сопла и относительной площадью сечения  $\frac{s}{s_{кр}}$ :

$$\frac{s}{s_{кр}} = \frac{\left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}}}{\sqrt{\left( \frac{p}{p_{кам}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p}{p_{кам}} \right)^{\frac{k+1}{k}}}}. \quad (118)$$

Величины  $\frac{p_a}{p_{кам}}$ , приведенные в таблице в начале главы, были вычислены по формуле (118) с учетом равенства

$$\zeta = \sqrt{\frac{s_a}{s_{кр}}}. \quad (119)$$

Для реальных конструкций РДТТ снарядов реактивной артиллерии коэффициенты потерь принимают следующие значения:

$$\varphi_1 = 0,93 \dots 0,98;$$

$$\varphi_2 = 0,95 \dots 0,98;$$

$$\chi = 0,86 \dots 0,90.$$

В результате истечения газов через сопло пороховые газы в камере РДТТ вовлекаются в движение, которое происходит от днища к соплу через свободное поперечное сечение камеры, не заполненное порохом, с площадью  $s_{\text{св}}$ .

Пусть образование пороховых газов происходит равномерно по длине заряда, а плотность пороховых газов  $\rho$  не изменяется. Обозначая через  $m_1$  массу газов, поступивших с единицы длины заряда в 1 с, можем записать для сечения камеры, расположенного на расстоянии  $x$  от днища, следующее равенство:

$$m_1 x = w_{\Gamma} s_{\text{св}} \rho. \quad (120)$$

Равенство (120) означает, что приход газов за 1 с в пространство между днищем и рассматриваемым сечением равен секундному расходу газов из этого пространства. Из равенства (120) находим

$$w_{\Gamma} = \frac{m_1}{\rho s_{\text{св}}} x, \quad (121)$$

т. е. скорость газов вдоль заряда растет пропорционально расстоянию  $x$  от днища РДТТ. Поскольку при горении заряда  $s_{\text{св}}$  увеличивается до величины площади сечения камеры  $s_{\text{кам}}$ , при постоянстве поверхности горения скорость газов в данном сечении будет уменьшаться. Максимальная скорость газов  $w_{\Gamma \text{ max}}$  будет в первые моменты работы двигателя в сечении у торцов заряда, обращенных к соплу, на расстоянии длины заряда  $l_3$  от днища:

$$w_{\Gamma \text{ max}} = \frac{m_1}{\rho s_{\text{св} 0}} l_3. \quad (122)$$

Вводя начальный периметр сечений шашек заряда  $\Pi_0$ , получим

$$w_{\Gamma \max} = \frac{\Pi_0 u \delta}{g \rho S_{\text{св}0}} l_3 = \frac{u \delta}{g \rho} \frac{S_{\text{бок}}}{S_{\text{св}0}}, \quad (123)$$

где  $S_{\text{бок}}$  – начальная боковая поверхность заряда,

$$S_{\text{бок}} = \Pi_0 l_3. \quad (124)$$

Как видно, максимальная скорость газов пропорциональна параметру, равному отношению боковой поверхности заряда к площади свободного поперечного сечения камеры. Поскольку от величины максимальной скорости газов в камере зависит устойчивость горения заряда (отсутствие срыва пламени), подобный параметр должен играть важную роль в оценке конструкции РДТТ. Впервые такой параметр  $\kappa_n$  был введен проф. Ю.А. Победоносцевым и носит его имя,

$$\kappa_n = \frac{S_0 - S_{\Gamma}}{S_{\text{кам}} - S_{\Gamma}}, \quad (125)$$

где  $S_{\Gamma}$  – начальная поверхность торцов шашек заряда, обращенных к соплу.

Функция  $f_2(w_{\Gamma})$  в начале работы РДТТ может быть вычислена через параметр  $\kappa_n$  по формуле проф. Шапиро:

$$f_2(w_{\Gamma}) = f_2(\kappa_n) = 1 + 3,2 \cdot 10^{-3} (\kappa_n - 100).$$

После окончания горения заряда начинается период последствий, единственным процессом в котором является процесс истечения газов из камеры.

#### **4.7. ЗАВИСИМОСТЬ ДАВЛЕНИЯ ПОРОХОВЫХ ГАЗОВ В КАМЕРЕ РДТТ ОТ ВРЕМЕНИ**

Важность зависимости давления пороховых газов  $p$  в камере РДТТ от времени такая же, какое имеют пиродинамические кривые во внутренней баллистике артиллерийского орудия. Зная эту зависимость, можно определить основные характеристики двигателя: скорость истечения и секундный расход газов, давление пороховых

газов на срезе сопла. По этим характеристикам рассчитывают величину реактивной силы, необходимую для решения основной задачи внешней баллистики и получения элементов траектории полета реактивного снаряда.

На основании зависимости давления от времени рассчитывается камера РДТТ на прочность, нагрев стенки камеры пороховыми газами, устойчивость работы двигателя и т. д. Анализ зависимости давления от времени позволяет сделать заключение о наиболее выгодной конструкции заряда, назначить основные параметры двигателя, установить влияние конструктивных факторов на рассеивание реактивных снарядов.

На рис. 4.2 показан график зависимости давления от времени для заряда, составленного из пороха приблизительно нейтральной формы. Подобная кривая соответствует снарядам реактивной артиллерии, которые имеют заряд, состоящий из одноканальных цилиндрических пороховых шашек. Эта кривая характеризуется тем, что в основном периоде работы двигателя от  $t_p$  до  $t_k$  давление в камере остается практически постоянным. При дегрессивном порохе давление в камере будет убывать, а при прогрессивном порохе – увеличиваться по мере горения пороха.

Для расчета зависимости давления от времени необходимо составить систему уравнений, описывающую процессы, происходящие в камере РДТТ.

Получим систему уравнений внутренней баллистики РДТТ для основного периода. Воспользуемся уравнениями прихода газов (113) и расхода газов (116), отбрасывая индекс  $u$  величины  $p_{\text{кам}}$ :

$$\left. \begin{aligned} Y &= \delta S_0 u_1 \sigma f_1(t_0) f_2(w_{\Gamma}) p^V; \\ G &= \frac{\Phi_2 A^* s_{\text{кр}} p}{\sqrt{\chi f_0}}. \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

Кроме переменных величин  $Y$ ,  $G$ ,  $p$  в уравнения (126) входят еще переменные, которые изменяются для снарядов реактивной артиллерии в небольших пределах. Поэтому в дальнейшем будем принимать их постоянными средними значениями:  $\sigma$ ,  $w_{\Gamma}$ ,  $\chi$ .

К уравнениям (126) необходимо добавить уравнение состояния пороховых газов

$$p(w - \alpha) = \bar{\chi} f_0. \quad (127)$$

Величина удельного объема газов  $w$  равна отношению объема, занимаемого газами в текущий момент времени  $\left( W_{\text{кам}} - \frac{\omega}{\delta} + \frac{\omega \psi}{\delta} \right)$ , к весу находящихся в камере газов  $(\omega_{\text{сг}} - \omega_{\text{ист}} + \omega'_{\text{в}})$

$$w = \frac{W_{\text{кам}} - \frac{\omega}{\delta}(1 - \psi)}{\omega(\psi - \eta + \gamma)}, \quad (128)$$

где  $\eta$  – относительный вес вытекших к данному моменту времени газов,

$$\eta = \frac{\omega_{\text{сг}}}{\omega}, \quad (129)$$

$\gamma$  – относительный вес находящихся в камере пороховых газов воспламенителя к моменту начала основного периода,

$$\gamma = \frac{\omega'_{\text{в}}}{\omega}. \quad (130)$$

Подставив выражение (128) в уравнение состояния (127), найдем выражение для давления пороховых газов в камере РДТТ:

$$p = \frac{\bar{\chi} f_0 \omega (\psi - \eta + \gamma)}{W_{\text{кам}} - \frac{\omega}{\delta}(1 - \psi) - \alpha \omega (\psi - \eta + \gamma)}. \quad (131)$$

Если учесть сделанное в предыдущем разделе определение прихода и расхода газов, то можно записать

$$\left. \begin{aligned} Y &= \omega \frac{d\Psi}{dt}; \\ G &= \omega \frac{d\eta}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (132)$$

В результате получим следующую систему уравнений внутренней баллистики РДТТ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi}{dt} &= \frac{\delta S_0}{\omega} \bar{\sigma} f_1(t_0) f_2(\bar{w}_r) p^\nu; \\ \frac{d\eta}{dt} &= \frac{\Phi_2 A^* s_{кр}}{\omega \sqrt{\chi f_0}} p; \\ p &= \frac{\bar{\chi} f_0 \omega (\Psi - \eta + \gamma)}{W_{кам} - \frac{\omega}{\delta} (1 - \Psi) - \alpha \omega (\Psi - \eta + \gamma)}, \end{aligned} \right\} \quad (133)$$

которая при сделанных допущениях связывает четыре переменные величины  $\Psi$ ,  $\eta$ ,  $p$ ,  $t$ . Интегрируя систему уравнений при начальных условиях:

$$t = t_0 = t_p, \quad \Psi = \Psi_0, \quad \eta = \eta_0,$$

можно получить зависимость давления газов в камере от времени для основного периода. Значения параметров  $\Psi_0$ ,  $\eta_0$ ,  $\gamma$  должны определяться в результате рассмотрения периода выхода двигателя на режим.

#### 4.8. РАВНОВЕСНОЕ ДАВЛЕНИЕ ПОРОХОВЫХ ГАЗОВ

Как следует из выражений (126), при изменении давления пороховых газов в камере секундный расход газов  $G$  будет изменяться пропорционально величине  $p$ , а секундный приход газов – пропорцио-

нально величине  $p^v$ . На рис. 4.3 показаны зависимости расхода и прихода от давления для случая  $v < 1$ . Из рисунка 4.3 видно, что в начале работы двигателя приход газов будет превышать расход и поэтому давление газов в камере будет расти до величины  $p_{пр}$ , когда приход и расход станут равными (точка  $N$ ). Давление пороховых газов в камере РДГТ, при котором приход и расход газов будут равны, называется равновесным давлением. На практике вместо кривой давления достаточно знать величину равновесного давления.

Работа РДГТ при равновесном давлении является устойчивой, и РДГТ обладает свойством автоматического регулирования. Действительно, пусть по какой-то причине давление в камере возросло до величины  $p'_{пр}$  (например, произошел откол кусочка пороха). Тогда расход газов станет больше прихода и двигатель автоматически вернется в точку  $N$ . Аналогичная картина будет при случайном уменьшении давления в камере. Отметим, что это свойство имеет место только при  $v < 1$ .

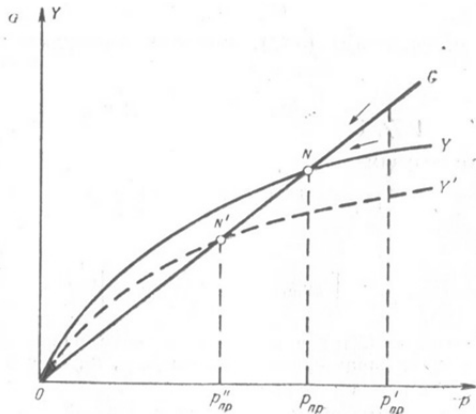


Рис. 4.3. Схема определения равновесного давления

Величина равновесного давления определяется значениями параметров двигателя. Например, если уменьшить поверхность горения заряда, то кривая прихода пойдет ниже (пунктирная линия на рис. 4.3), а величина равновесного давления  $p''_{пр}$  будет меньше.



Для получения величины равновесного давления необходимо приравнять расход газов приходу:

$$G_{\text{пр}} = Y_{\text{пр}} \cdot$$

Учитывая уравнения (126), приходим к следующему равенству:

$$\frac{\varphi_2 A^* s_{\text{кр}}}{\sqrt{\gamma} f_0} p_{\text{пр}} = \delta S_0 u_1 \bar{\sigma} f_1(t_0) f_2(\bar{\omega}_r) p_{\text{пр}}^{\nu}, \quad (134)$$

из которого получим

$$p_{\text{пр}}^{1-\nu} = \frac{\delta S_0 u_1 \bar{\sigma} f_1(t_0) f_2(\bar{\omega}_r) \sqrt{\chi} f_0}{\varphi_2 A^* s_{\text{кр}}},$$

или

$$p_{\text{пр}} = \left[ \frac{\delta S_0 u_1 \bar{\sigma} f_1(t_0) f_2(\bar{\omega}_r) \sqrt{\chi} f_0}{\varphi_2 A^* s_{\text{кр}}} \right]^{\frac{1}{1-\nu}}. \quad (135)$$

Из выражения (135) видно, что величина равновесного давления зависит от характеристик пороха  $f_0$ ,  $\delta$ ,  $u_1$ ,  $t_0$ ,  $\nu$  и конструктивных параметров двигателя  $s_{\text{кр}}$ ,  $S_0$ ,  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\omega}_r$ ,  $\chi$ .

Поскольку параметры  $\sigma$ ,  $w_r$ ,  $\chi$  при работе двигателя изменяются, и величина  $p_{\text{пр}}$ , вообще говоря, не остается постоянной. Как следует из формул (110), (106) и (102), при горении заряда величины  $\sigma$  и  $f_2(w_r)$  убывают, а  $\chi$  растет. Кроме того, при горении пороха увеличивается объем, занимаемый газами, что приведет к уменьшению давления.

## 5. ВНЕШНЯЯ БАЛЛИСТИКА И АЭРОДИНАМИКА

Внешней баллистикой называется наука о движении снарядов (пуль) и ракет после вылета их из канала ствола или схода с направляющих. Целью внешней баллистики является: получение исходных данных для проектирования артиллерийских и ракетных комплексов, снарядов и ракет к ним; обеспечение испытаний новых систем; составление таблиц стрельбы, позволяющих правильно наводить орудие на цель с учетом конкретных условий стрельбы; обобщение результатов стрельбы и баллистических расчетов для специализированных ЭВМ подготовки данных; проведение траекторных измерений и определение сил в полете.

На выброшенное под углом к горизонту с определенной скоростью тело действуют сила тяжести и комплекс аэродинамических сил и моментов. Движение снаряда, обладающего шестью степенями свободы, описывается системой дифференциальных уравнений двенадцатого порядка с неразделяющимися переменными. Даже при известных силовых факторах решение такой системы крайне трудоемко и неудобно для практического использования.

При этом иногда возникают непреодолимые трудности экспериментального и теоретического определения отдельных составляющих аэродинамических сил, связанные с их нестационарностью. Даже важнейшие составляющие аэродинамических сил приходится принимать по усредненным значениям. Поэтому целесообразно движение центра масс снаряда и движение его около центра масс изучать отдельно, вводя в дальнейшем экспериментальные коэффициенты согласования с опытом. Часть коэффициентов (например, коэффициент или функция лобового сопротивления) оказывается при этом достаточно универсальной, относящейся к большому классу снарядов. Другая часть

(например, коэффициент формы снаряда) отражает индивидуальные свойства снарядов определенного образца.

Существенную роль в пространственном положении траектории снаряда играют многочисленные случайные или неучитываемые в уравнениях движения факторы. К числу первых относятся, например, отклонения масс снарядов от номинального значения, вызванные технологическими погрешностями; массовая и химическая неоднородность зарядов; изменение метеорологических условий. Из неучитываемых для небольших дальностей стрельбы факторов отметим влияние кривизны и вращательного движения Земного шара.

Если факторы влияют на полет снаряда систематически, то положение траектории в пространстве может быть исправлено путем изменения начальных данных. Так, при подготовке стрельбы из крупнокалиберной артиллерии все снаряды разбиваются на группы по массе, одинаковой в определенных пределах, тщательно изучаются метеорологические условия, с тем чтобы скорректировать установку прицельных приспособлений. Раздел внешней баллистики, изучающий отклонения траекторий от расчетной под влиянием известных по величине (и направлению) факторов, называется теорией поправок.

Учесть большое число факторов, влияющих на отклонение траекторий, либо невозможно, либо нецелесообразно. Невозможно заранее предугадать, например, отклонение угла вылета снаряда, вызванное колебаниями ствола и орудия в целом. Экономически нецелесообразно разбивать на группы по массе пули стрелкового оружия. Распределение точек попадания выступает в этом случае как случайная величина.

Определение коэффициентов согласования с опытом, предшествующее составлению таблиц стрельбы (или проектированию прицельных приспособлений), в силу сказанного требует многократного повторения эксперимента. Необходимо иметь свод правил, обеспечивающих получение надежных результатов при минимальном числе стрельб.

Таким образом, основное содержание внешней баллистики составляют следующие задачи.

1. Изучение аэродинамических сил, действующих на снаряд в полете. При этом должна быть найдена форма снаряда, обеспечивающая без существенного ослабления эффективности действия его у цели минимальное сопротивление воздуха и, следовательно, максимальную дальность полета.

2. Изучение траектории движения центра масс снаряда в воздухе – основная задача внешней баллистики. Прямая задача заключается в определении параметров траектории по заданным начальным данным, обратная – в определении одного из начальных параметров по установленным координатам точки падения снаряда (координатам цели). Могут быть и специальные задачи, когда, например, нужно не только обеспечить попадание в цель, но и достигнуть требуемой скорости встречи снаряда с целью.

3. Изучение движения снаряда около центра масс с целью обеспечения устойчивости снаряда на траектории.

4. Разработка теории поправок, позволяющей учесть влияние на траекторию некоторых известных по величине факторов, изменяющихся от выстрела к выстрелу или от стрельбы к стрельбе.

5. Изучение рассеивания снарядов под воздействием случайных факторов и влияния этого рассеивания на результаты стрельбы; разработка методики составления таблиц стрельбы.

6. Нахождение оптимального решения задач внешней баллистики на основе заданных тактико-технических требований при проектировании новых образцов оружия.

Для решения перечисленных задач постоянно применяются наиболее современные и эффективные методы экспериментальных и теоретических исследований. Важное прикладное значение теории полета снаряда побуждало многих математиков и физиков всех времен уделять значительное внимание развитию внешней баллистики.

## **5.1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ИСТОРИИ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ И АЭРОДИНАМИКИ**

Простейшие метательные орудия – праща, лук со стрелами были известны человеку с глубокой древности. Довольно высокая меткость этих орудий обеспечивалась навыками и искусством стрелка. По мере развития и усложнения метательной техники, появления тяжелых баллист и катапульт совершенствовались и эмпирические правила наведения орудий на цель.

В XVI в. огнестрельная артиллерия прочно вошла в состав вооружения армий. Артиллерийская практика настоятельно требовала разработки надежных и простых методов составления таблиц стрельбы, уточнения некоторых эмпирических правил.

Становление внешней баллистики как прикладной науки связано с именем итальянского ученого Тартильи, опубликовавшего в 1537 г. фундаментальный труд под названием «Новая наука». Исследуя свойства траектории, Тартилья первым установил пропорцию, связывающую дальность полета снаряда с начальным углом вылета. Знание этой пропорции во много раз сокращало количество опытных стрельб, необходимых для составления таблиц стрельбы. Тартилья первым обнаружил, что наибольшая дальность в случае стрельбы тяжелыми снарядами получается при угле бросания  $45^\circ$ . Траектория Тартильи и разработанные им правила составления таблиц стрельбы вошли в руководства по артиллерии всех стран и просуществовали в них более ста лет вплоть до признания артиллеристами трудов Галилея. В русские артиллерийские руководства таблицы Тартильи вошли после изложения его теории в «уставе ротных, пушечных и других дел», написанном О. Михайловым в 1606–1620 гг.

Исследования в области механики Галилей начал с изучения падения тяжелых тел. Свои теоретические рассуждения он подкрепил опытами, бросая шары из различных материалов с башни и спуская их по наклонной плоскости. Эти опыты положили начало экспериментальной физике. В результате Галилей установил равноускоренное движение падающих тел, о котором его предшественники (в частности Леонардо да Винчи) смутно догадывались. В изданном в 1638 г. трактате «Беседы» Галилей, разложив движение тела, брошенного параллельно горизонту, на равномерное горизонтальное и равноускоренное вертикальное, доказал, что траектория такого движения является параболой. Несколько позже (1644) Торичелли распространил это доказательство на более общий случай бросания тел под углом к горизонту.

Изучением сопротивления воздуха занимались многие ученые того времени, в том числе Декарт и Гюйгенс, однако окончательная формулировка задачи принадлежит Ньютону. Он исходил из того, что воздух представляет собой совокупность равномерно распределенных и не связанных между собой частиц. При ударе о поверхность эти частицы получают определенную кинетическую энергию, затормаживая тем самым движение тела. Применяя уравнения количества движения и сохранения кинетической энергии, Ньютон установил (1687), что сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости движения тела, площади его поперечного сечения и плотности воздуха. Ньютон впервые поставил вопрос об образующей тела вращения, обеспечива-

ющей наименьшее сопротивление воздуха, и провел первое исследование в этой области. В разное время над решением этого вопроса работали такие выдающиеся ученые, как Бернулли, Лопиталь, Эйлер и Лагранж.

Разработка теории движения снаряда при квадратичном законе сопротивления велась учеными Германом, Бернулли и нашла свое теоретическое завершение в трудах Эйлера. Считая плотность воздуха неизменной по высоте, Эйлер проинтегрировал уравнение годографа скорости, после чего нахождение координат центра тяжести снаряда свелось к квадратурам. На основании метода Эйлера и более поздних его усовершенствований многие авторы составили таблицы стрельбы, среди которых наибольшую известность получили таблицы Отто (1883). Большое значение для развития баллистики имели полученные Эйлером дифференциальные уравнения движения твердого тела, которые легли в основу теории движения снаряда около центра масс.

Выдающуюся роль в развитии баллистики продолговатых снарядов сыграл русский артиллерист и ученый Н.В. Майевский (1823–1892), первые научные работы которого были посвящены баллистике сферических снарядов. В 1858–1859 гг. под его непосредственным руководством проводились сравнительные стрельбы из гладкоствольных и нарезных орудий, которые показали полное преимущество последних. Эти испытания способствовали принятию нарезных орудий на вооружение русской армии. С тех пор вся дальнейшая научная деятельность Майевского была связана с изучением проблем движения вращающегося артиллерийского снаряда. Первая его работа по этому вопросу «О влиянии вращательного движения на полет продолговатых снарядов в воздухе», опубликованная в 1865 г., получила широкое признание не только в России, но и за границей. В 1867 г. за эту работу Майевскому была присуждена большая Михайловская премия (первую такую премию Майевский получил в 1858 г. за труд «О давлении пороховых газов на стены орудия и о приложении результатов опытов, проведенных на этот предмет в Пруссии, к расчету толщин стен орудий»).

Помимо научной деятельности, Майевский непосредственно участвовал в разработке новых образцов нарезных орудий, превосходивших аналогичные иностранные орудия. Некоторые из этих образцов были приняты на вооружение и за границей.

Труды Майевского были развиты его учеником и преемником по должности профессора кафедры баллистики Михайловской артиллерийской академии Н.А. Забудским (1853–1917). Забудский первым в мире получил расчетную формулу для определения крутизны нарезов, обеспечивающей устойчивость снаряда в полете, продолжил опыты Майевского по определению закона сопротивления воздуха, установив этот закон в диапазоне скоростей 700...1000 м/с. В 1895 г. Забудский издал курс «Внешняя баллистика», в котором отразил итоги работ в области баллистики за несколько лет. Большое значение для дальнейшего развития баллистики имела другая его работа «Теория вероятностей и ее применение к стрельбе и пристрелке» (1898), в которой были заложены основы теории поправок.

Опыты по определению силы сопротивления воздуха проводились одновременно во многих странах. В Англии в 1866–1870 гг. велись эксперименты с продолговатыми снарядами в диапазоне скоростей 230...520 м/с. В 1884 г. Хойхель в Голландии проводил опыты со снарядами калибра 80...400 мм. В 1879–1896 гг. фирмой Крупп были испытаны снаряды большого удлинения в диапазоне скоростей 150...910 м/с.

В 1896 г. итальянский ученый-артиллерист Сиаччи систематизировал все опубликованные к тому времени результаты опытов по определению закона сопротивления воздуха и предложил формулу, выражающую этот закон. Функция лобового сопротивления (коэффициент при квадрате скорости) Сиаччи была принята во многих странах, в том числе и в России, и просуществовала без изменений вплоть до 1920–1930-х годов.

После революции в 1918 г. решением советского правительства была создана постоянно действующая комиссия особых артиллерийских опытов (КОСАТОП). Комиссия обобщала опыт первой мировой войны, определяла перспективы развития артиллерии, изучала физику процессов и уточняла зависимости внешней и внутренней баллистики. В ней плодотворно трудились крупнейшие ученые-артиллеристы В.М. Трофимов (председатель), Н.Ф. Дроздов, Г.П. Киснемский, академики А.Н. Крылов, Н.Е. Жуковский, С.А. Чаплыгин. Руководя работой комиссии, В.М. Трофимов (1865–1926) исследовал актуальные вопросы баллистики, разработал проект пушки для сверхдальней стрельбы (на дальность более 100 км). Из ранних работ В.М. Трофимова следует отметить труды «О теоретическом определении вероятных

отклонений отдельных траекторий от средней» (1895 г., отмечен малой Михайловской премией) и «Действие шрапнели при стрельбе из трехдюймовой полевой пушки» (1903 г., удостоен премии генерала Рассказова и большой Михайловской премии).

В перечне трудов знаменитого русского теоретика кораблестроения академика А.Н. Крылова видное место занимают работы по артиллерии. Среди них статья «Об организации управления артиллерийским огнем и опытах для определения меткости судового огня» (1909), исследования по применению индикатора Уатта для записи давления пороховых газов в канале ствола, исследования по колебаниям стволов и др. Однако наиболее значительные работы в области баллистики относятся к периоду деятельности А.Н. Крылова в КОСАРТОПе. В 1920 г. он разработал метод численного решения уравнений внешней и внутренней баллистики, широко применявшийся для составления таблиц стрельбы вплоть до появления быстродействующих ЭВМ. В связи с необходимостью увеличения дальности стрельбы и проектированием сверхдальнобойной артиллерии возникла проблема обеспечения устойчивости снаряда вблизи вершины траектории, особенно при движении в разреженных слоях атмосферы. При решении этой проблемы А.Н. Крылов применил оригинальный способ составления и интегрирования уравнений движения снаряда около центра масс, впоследствии развитый профессором Б.Н. Окуневым.

Академики Н.Е. Жуковский и С.А. Чаплыгин исследовали вопрос о наиболее выгодной форме снаряда, возникший после первой мировой войны в связи с необходимостью увеличения дальности стрельбы существующих орудий. Он был успешно решен в КОСАРТОПе. Так, дальность стрельбы трехдюймовой полевой пушки благодаря улучшению аэродинамической формы снаряда была увеличена с 8 до 12 км.

Профессор Д.А. Вентцель в основном завершил разработку современной теории поправок. Он же описал движение снаряда около центра масс с учетом всех составляющих аэродинамических сил и моментов, а также создал теорию движения около центра масс оперенных снарядов. С 1927 г. при составлении таблиц стрельбы используют «нормальную атмосферу», предложенную Д.А. Вентцелем на основании статистической обработки метеорологических данных за много лет.



Большой вклад в развитие внешней баллистики внес академик В.С. Пугачёв. Им были решены совместно шесть дифференциальных уравнений, которыми описывается движение снаряда как твердого тела. Были разработаны новые, более совершенные методы численного интегрирования, улучшена методика составления таблиц стрельбы наземной, зенитной артиллерии и стрелкового оружия.

В 1920-х гг. в связи с переходом на снаряды новой формы во многих странах проводились опыты по уточнению закона сопротивления воздуха. Наиболее известны опыты Гаврской комиссии (научно-исследовательский орган морской артиллерии), проведенные в 1921–1923 гг. Обработав результаты этих опытов, Гарнье выразил закон сопротивления в виде двух функций для дозвуковых и сверхзвуковых скоростей. В месте перехода от одной функции к другой образуется угловая точка, что не согласуется с физическими представлениями о законе сопротивления и является недостатком закона Гарнье. В 1930 г. коллектив кафедры внешней баллистики Артиллерийской академии им. Дзержинского заново обработал результаты опытов Гаврской комиссии и предложил закон сопротивления в виде таблиц, получивший название «Закон 1930 г.» В конце 1930-х годов были начаты опыты по определению закона сопротивления для снарядов сложившейся к тому времени формы. Эти опыты были завершены уже в период Великой Отечественной войны и представлены в виде табличного закона, получившего название «Закон 1943 г.».

## 5.2. ТЕОРИЯ ПОЛЕТА СНАРЯДА В ПУСТОТЕ

Положение снаряда в любой момент времени определяется с помощью правой системы прямоугольных координат, так что положительными считаются углы, отсчитываемые против часовой стрелки. Вертикальная ось этой системы  $y$ , горизонтальная ось  $x$ , а боковая ось обозначается  $z$ . Началом этой системы служит точка бросания  $o$  – положение центра массы снаряда в момент прохождения дна снаряда через дульный срез орудия. Началом отсчета времени служит момент прохождения центра массы снаряда через точку вылета (рис. 5.1).

Траекторией движения снаряда называют совокупность точек, последовательно проходимых снарядом на всех участках своего пути.

Во внешней баллистике вращательное и поступательное движения рассматриваются отдельно. Более того, с целью упрощения решения почти во всех случаях расчета движение снаряда считают плоским, т. е. рассматривают его движение в плоскости  $xoy$ , называемой плоскостью бросания.

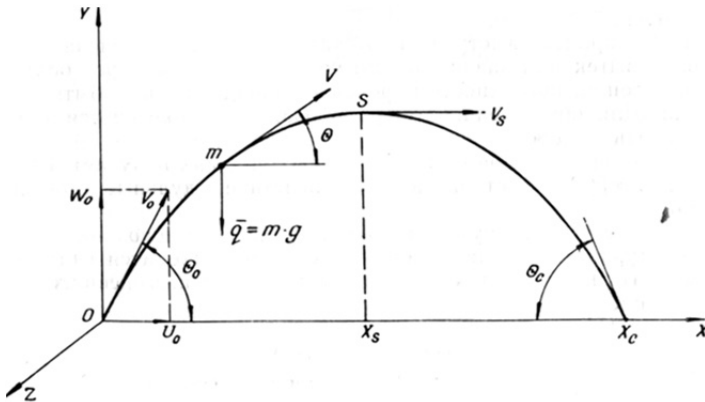


Рис. 5.1. Схема траектории

Основные обозначения, применяемые для траектории:

$v$  – скорость снаряда;

$t$  – полетное время;

$\theta$  – угол наклона касательной траектории к горизонту;

$x$  – горизонтальная координата;

$y$  – вертикальная координата;

$u$  – горизонтальная составляющая скорости, или просто горизонтальная скорость;

$w$  – вертикальная составляющая скорости, или просто вертикальная скорость.

Характерным точкам траектории также присваиваются свои индексы:

$o$  – начало траектории (точка бросания);

$s$  – вершина траектории;

$c$  – конец траектории.

Например:

$v_0$  – начальная скорость снаряда;

$\theta_0$  – начальный угол бросания;

$y_s$  – высота вершины траектории;

$x_c$  – горизонтальная дальность до точки встречи с преградой.

Заглавными буквами обозначаются параметры, характеризующие всю траекторию. Например,  $X$ ,  $Y$ ,  $T$  (полная горизонтальная дальность  $X = x_c$ ).

Решить уравнения движения снаряда – значит найти законы движения снаряда в любой момент времени. Траектория вполне характеризуется зависимостями

$$x = f(t), \quad y = f(t), \quad v = f(t) \text{ и } \theta = f(t).$$

При движении снаряда в пустоте ограничиваются изучением движения только одной его точки – центра массы снаряда. В связи с отсутствием силы сопротивления воздуха на снаряд в любой точке траектории действует только одна сила тяжести, направленная вертикально вниз. Тогда равнодействующая всех внешних сил запишется как

$$\sum F = mg.$$

Основное уравнение механики  $\sum F = mj$ , где  $j$  – полное ускорение тела. Расписывая это уравнение в проекциях на координатные оси, получаем

$$mj_x = \sum F_x = 0;$$

$$mj_y = \sum F_y = -mg.$$

Из теоретической механики известно, что проекции ускорений на координатные оси равны вторым производным по времени от соответствующих координат. Тогда

$$j_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 0; \quad j_y = \frac{d^2y}{dt^2} = -g.$$

Начальные условия этих дифференциальных уравнений  $x_0 = y_0 = 0$ , так как начало координат размещается в точке бросания. Интегрируя эти уравнения, получаем:

$$\frac{dx}{dt} = c_1; \quad \frac{dy}{dt} = c_2 - gt,$$

где  $c_1$  и  $c_2$  – постоянные интегрирования.

Первые производные по осям координат равны соответствующим проекциям скорости. В начальной точке  $t_0 = 0$

$$\frac{dx_0}{dt} = v_0 \cos \theta_0; \quad \frac{dy_0}{dt} = v_0 \sin \theta_0.$$

Отсюда постоянные интегрирования будут

$$c_1 = v_0 \cos \theta_0; \quad c_2 = v_0 \sin \theta_0,$$

и для любой точки траектории мы можем записать:

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \cos \theta_0; \quad \frac{dy}{dt} = v_0 \sin \theta_0 - gt.$$

Интегрируя уравнения для горизонтальной и вертикальной составляющих скоростей и учитывая, что начало траектории находится в начале координат, получаем:

$$x = v_0 \cos \theta_0 t; \quad y = v_0 \sin \theta_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Можно найти угол наклона касательной к траектории и величину скорости для любого момента времени:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{v_0 \sin \theta_0 - gt}{v_0 \cos \theta_0}; \quad v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}.$$

Наибольший интерес для практики представляют точка падения и вершина траектории.

Точка падения располагается на горизонте орудия (на одной линии с точкой бросания), и для нее  $y_c = 0$ . Подставляя в ранее полученную формулу, имеем:

$$y_c = Y = v_0 \sin \theta_0 t_c - \frac{gt_c^2}{2} = 0; \quad t_c = T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}.$$

Подставляя полученные значения времени в соответствующие уравнения, получаем для основных элементов траектории:

$$\operatorname{tg} \theta_c = -\operatorname{tg} \theta_0; \quad x_c = X = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g};$$

$$t_s = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}; \quad x_s = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g};$$

$$v_s = v_0 \cos \theta_0; \quad y_s = Y = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}.$$

Уравнение движения снаряда можно получить в следующем виде:

$$y = x \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}.$$

### 5.3. ВЫВОДЫ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОЛЕТА В ПУСТОТЕ

Для случая движения в пустоте траектория характеризуется следующими основными положениями.

1. Горизонтальная проекция скорости постоянна:

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \cos \theta_0.$$

2. Вертикальная проекция скорости уменьшается с увеличением времени полета, в вершине становится равной нулю, а далее отрицательна:

$$\frac{dy}{dt} = v_0 \sin \theta_0 - gt .$$

3. Угол наклона касательной также уменьшается с увеличением времени полета. После вершины, где он становится равным нулю, делается отрицательным:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} .$$

4. Угол падения  $\theta_c$  по абсолютной величине равен углу бросания  $\theta_0$ .

5. Абсолютная величина скорости снаряда уменьшается до вершины, где она равна горизонтальной проекции начальной скорости, и становится равной начальной скорости в точке падения.

6. Траектория симметрична относительно вершины, т. е.

$$x_s = \frac{1}{2} x_c = \frac{1}{2} X;$$

$$t_s = \frac{1}{2} t_c = \frac{1}{2} T.$$

7. Максимальная дальность стрельбы получается при угле бросания  $45^\circ$ :

$$X_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{v_0^2}{g} .$$

8. Максимальная досягаемость по высоте будет при  $\theta_0 = 90^\circ$ , т. е. при вертикальной стрельбе:

$$Y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{g} = \frac{v_0^2}{g}.$$

9. Все параметры траектории однозначно определяются величинами  $v_0$  и  $\theta_0$ . Если связывать между собой  $x$  и  $y$  через начальные условия, то получим следующее уравнение:

$$y = x \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}.$$

Это уравнение параболы с вертикальной осью симметрии относительно вершины, поэтому теория полета в безвоздушном пространстве носит название параболической.

Исследуя семейство траекторий с одинаковой начальной скоростью и различными углами бросания, можно установить, что в одну и ту же точку можно попасть, бросая снаряд под двумя разными углами. Траекторию, соответствующую меньшему углу бросания, называют настильной, а соответствующую большему углу – навесной. Совокупность подобных точек, куда может попасть снаряд, называется поражаемым пространством, а кривая, огибающая их, – параболой безопасности, так как она отделяет поражаемое пространство от пространства, в которое уже нельзя добросить снаряд при данной скорости  $v_0$  (рис. 5.2). Ее уравнение

$$y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}.$$

Парабола безопасности имеется и для случая стрельбы в воздухе, но тогда зависимости для нее будут сложнее.

Рассчитаем, например, дальность полета в пустоте 76-мм снаряда с начальной скоростью 700 м/с и углом бросания  $40^\circ$ :

$$X = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{(700 \text{ м/с})^2 \sin 80^\circ}{9,81 \text{ м/с}^2} = 49 \text{ 050 м}.$$

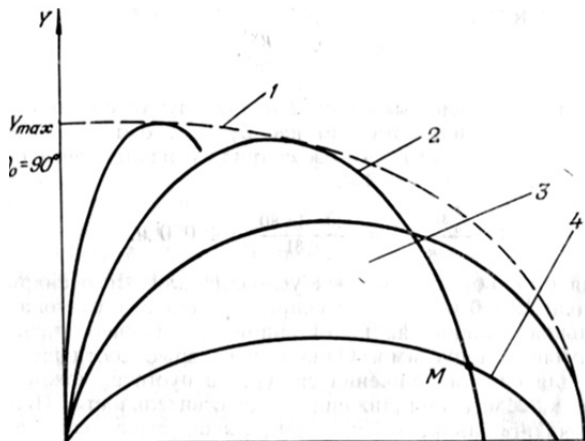


Рис. 5.2. Схема траекторий:

- 1 – парабола безопасности; 2 – навесная траектория;  
3 – поражаемое пространство; 4 – настильная траектория

Дистанция стрельбы в реальных условиях для этого снаряда составит около 12 500 м, т. е. силы сопротивления воздуха весьма существенно влияют на полет снаряда, и пренебрегать ими в общем случае недопустимо. Однако некоторые соотношения, полученные для случая движения снаряда в пустоте, можно применять в виде первого приближения к действительности. Например, для сбрасывания авиабомб с малых высот, вычисления времени пребывания снаряда в слое воздуха, некоторых случаев полета мин и реактивных глубинных бомб с малыми скоростями параболическая теория дает вполне удовлетворительные по точности результаты.

#### 5.4. ДВИЖЕНИЕ СНАРЯДА В ВОЗДУШНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Изучение сопротивления воздуха полету артиллерийского снаряда имеет важное значение для задач внешней баллистики. В большинстве случаев, встречающихся в практике артиллерийской стрельбы, сила сопротивления воздуха значительно превышает вес снаряда (см. таблицу). Только при скорости снаряда примерно 50 м/с и меньше можно для снарядов средних и крупных калибров пренебрегать силой сопротивления воздуха.



### Сила сопротивления воздуха

Калибр снаряда	Скорость $v_0$ , м/с	Сила сопротивления воздуха $R$ , кГ	Вес снаряда $q$ , кГ	$\frac{R}{q}$
152-мм дальнобойный	700	205	50	4,1
	500	110		2,2
	250	10		0,2
76,2 мм	700	53	6,5	8,2
	500	2,60		4,5
	250	0,46		0,4
7,62 мм пуля	700	0,25	0,011	42
	500	0,023		23
	250	—		2,1

## 6. НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

### 6.1. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

Рассмотрим установившееся движение идеального газа. Выделим вдоль линии тока переменного в общем случае сечения элемент струи длиной  $dS$  и сечением  $d\sigma$  и напишем уравнение движения этого элемента. Масса элемента равна  $\rho dS d\sigma$ . Давление слева равно  $p$ , а справа –  $(p + dp)$  (рис. 6.1).

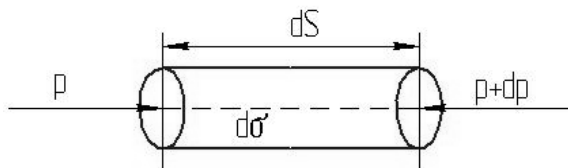


Рис. 6.1. Установившееся движение идеального газа

Уравнение движения напишем в следующем виде:

$$\rho d\sigma dS \frac{dV}{dt} = [p - (p + dp)] d\sigma.$$

Так как  $\frac{dS}{dt} = V$ , то  $V dV = -\frac{dp}{\rho}$ .

Интегрируя в пределах от начальной до произвольной точки струи, получим

$$\frac{V^2 - V_0^2}{2} = -\int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho}.$$

Для небольших скоростей газа можно, пренебрегая его сжимаемостью, получить  $\rho = \rho_0 = \text{const}$ ,

$$\frac{V^2 - V_0^2}{2} = -\frac{1}{\rho}(p - p_0),$$

или

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \frac{V_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} = \text{const}.$$

Из этого выражения видно, что при увеличении скорости вдоль струи давление падает. Если струя встречает препятствие, нормальное к направлению струи, то скорость обращается в ноль. При этом получим **уравнение Бернулли для несжимаемого потока**

$$\frac{\rho V_0^2}{2} = p - p_0 = \Delta p.$$

Таким образом, добавочное давление, получающееся при ударе струи о преграду, равно  $\frac{\rho V_0^2}{2}$ ; эта величина носит название «скоростной напор».

Если учесть сжимаемость воздуха и рассматривать адиабатическую зависимость между плотностью и давлением

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const}, \quad k = 1, 4,$$

то можно получить после несложных преобразований **уравнение Бернулли с поправкой на сжимаемость потока**:

$$\Delta p = p - p_0 = \frac{\rho_0 V_0^2}{2} \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{V_0}{a_0} \right)^2 \right],$$

где  $a_0 = \sqrt{\frac{k p_0}{\rho_0}}$  – скорость звука.

Сравнивая полученное уравнение с уравнением Бернулли для несжимаемого потока, видим, что второе слагаемое в скобках представляет собой поправку на сжимаемость.

Это уравнение может применяться до чисел Маха  $\sim 0,5$ .

При  $V_0 = 70$  м/с получим

$$1 + \frac{1}{4} \left( \frac{V_0}{a_0} \right)^2 = 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{70}{340} \right)^2 = 1,01,$$

т. е. учет сжимаемости дает поправку в 1 %. При  $V_0 = 150$  м/с поправка будет уже 5 %.

Для трансзвукового и сверхзвукового потока уравнение Бернулли принимает следующий вид:

$$\frac{k}{k-1} p + \rho \frac{V^2}{2} = \text{const}.$$

В таком виде уравнение Бернулли применимо как к дозвуковым, так и к сверхзвуковым скоростям при отсутствии скачка уплотнения.

Уравнение Бернулли позволяет вычислить избыточное давление потока. Расчеты по этой формуле хорошо согласуются с опытом.

## **6.2. ФИЗИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВОЗДУХА ДВИЖЕНИЮ АРТИЛЛЕРИЙСКОГО СНАРЯДА**

Наряду с вкладом давления торможения потока еще три основных фактора определяют сопротивление воздуха полету снаряда:

- вязкость, или внутреннее трение в газе;
- образование вихрей при обтекании снаряда;
- образование баллистической (ударной) волны при сверхзвуковой скорости снаряда.

### **6.2.1. ВЯЗКОСТЬ**

Все реальные жидкости и газы обладают вязкостью. Вязкостью называется способность жидкости оказывать сопротивление сдвигающим усилиям. Это свойство жидкости проявляется лишь при ее

движении. Рассмотрим в жидкости две площадки, движущиеся, как указано на рис. 6.2, со скоростями  $V$  и  $V + dV$ .

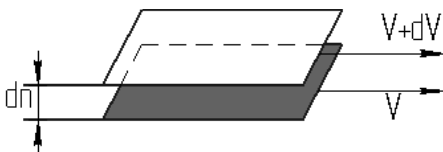


Рис. 6.2. Определение вязкости

Расстояние между площадками  $dn$ . Возникающая между площадками сила вязкости стремится выравнять их скорости. Значение силы вязкости, отнесенное к единице площади поверхности, или напряжение вязкости  $\tau$ , в простейшем случае определяется по формуле Ньютона

$$\tau = \mu \frac{dV}{dn},$$

где  $\mu$  – **динамический коэффициент вязкости**. Тогда касательное напряжение, возникающее между двумя близкими площадками в жидкости, прямо пропорционально разности скоростей  $dV$  и обратно пропорционально расстоянию между площадками  $dn$ . Ускорение, приобретаемое частицами жидкости под действием сил вязкости, обратно пропорционально плотности жидкости. Поэтому часто вместо динамического коэффициента вязкости  $\mu$  рассматривают **кинематический коэффициент вязкости**  $\nu$ , определяемый из выражения

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}; \quad \mu = \frac{\tau dn}{dV}.$$

Размерность коэффициентов  $\mu$  и  $\nu$  определяется исходя из формулы Ньютона. В системе СИ единица динамической вязкости [Па · с], а кинематической вязкости [ $\text{м}^2/\text{с}$ ].

Хотя коэффициент вязкости для воды значительно больше, чем для воздуха, кинематический коэффициент вязкости больше для воздуха, чем для воды. Следовательно, частицы воздуха приобретают под действием сил вязкости больше ускорения, чем частицы воды, что объясняется малой плотностью воздуха по сравнению с водой.

Коэффициент вязкости  $\mu$  не зависит от давления, но меняется с температурой. С увеличением температуры для газов этот коэффициент возрастает, а для жидкостей уменьшается.

### 6.2.2. ОБРАЗОВАНИЕ ВИХРЕЙ

Если жидкость обтекает тело с некоторой средней скоростью, то она прилипает к поверхности, так что скорость ее получается равной нулю (рис. 6.3). Изменение скорости от нуля до скорости внешнего потока  $V$  происходит в тонком слое, примыкающем к поверхности тела, который называется пограничным слоем. Различают ламинарное и турбулентное движение жидкости. Ламинарное движение происходит параллельными неперемешивающимися струйками. При турбулентном потоке пограничный слой распадается на мелкие вихри, вызывающие перемешивание жидкости, движение жидкости при этом имеет пульсационный характер.

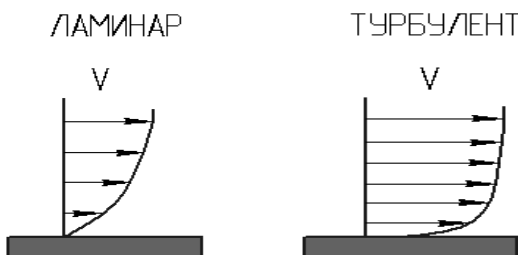


Рис. 6.3. Виды движения жидкостей

Передача скорости от наружного потока в пограничный слой происходит при турбулентном движении интенсивнее, чем в ламинарном потоке. Этим объясняется характер диаграмм скоростей в пограничном слое для этих двух видов движения.

Осборн Рейнольдс исследовал условия перехода от ламинарного к турбулентному потоку при движении жидкости в трубе и нашел, что этот переход зависит от величины  $\frac{Vd}{\nu}$ , где  $d$  – диаметр трубы. Эта величина носит название числа Рейнольдса и обозначается

$$\text{Re} = \frac{Vd}{\nu}.$$

При возрастании числа Рейнольдса до некоторой определенной величины движение жидкости становится турбулентным. Чем меньше скорость снаряда, тем больше относительная доля силы вязкости в общей величине силы сопротивления воздуха. При сверхзвуковых скоростях снаряда относительное значение силы вязкости не превосходит 1...10 %.

На дозвуковых скоростях при безотрывном обтекании тела сопротивление воздуха незначительно. Если же пограничный слой срывается с поверхности тела, то сопротивление воздуха существенно возрастает. Отрыв пограничного слоя обычно происходит в хвостовой части обтекаемого тела. При этом непосредственно у поверхности тела появляются потоки воздуха, вызывающие вихреобразование. Так как энергия вращательного движения воздушных масс может быть получена только за счет энергии снаряда, то ясно, что вихреобразование служит одним из источников сопротивления воздуха. Для уменьшения вихреобразования необходимо сделать снаряд по возможности более длинной и обтекаемой формы (как это делается для оперенных снарядов). В снарядах к нарезным стволам этого выполнить в полной мере не удастся из-за центрирования снаряда в канале ствола и недостаточной устойчивости на полете подобных снарядов.

### 6.2.3. ОБРАЗОВАНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Всякое бесконечно малое уплотнение воздуха распространяется в пространстве со скоростью звука. Конечные уплотнения воздуха (дульная волна, фронт взрывной волны) распространяются со скоростью, большей скорости звука.

Скорость звука вычисляется по формуле

$$a = \sqrt{kgRT},$$

где  $k$  – показатель адиабаты. Принимая для воздуха  $k=1,4$ , получим для нормальных условий

$$a = \sqrt{1,4 \cdot 9,81 \cdot 2,927 \cdot 288} = 340,2 \text{ м/с.}$$

Рассмотрим поток воздуха, движущийся со скоростью  $V$ , и некоторую неподвижную точку  $M$ , около которой создается небольшое уплотнение воздуха. Это уплотнение в каждый рассматриваемый момент времени порождает сферическую волну, распространяющуюся со

скоростью звука  $a$ . Центр такой волны перемещается вместе с потоком со скоростью  $V$ . За время  $t, 2t, 3t$  центры сферических волн переместятся на расстояние  $Vt, 2Vt, 3Vt$ , а радиусы сферических волн будут соответственно равны  $at, 2at, 3at$ .

При скорости потока, меньшей скорости звука ( $V < a$ ), получается система волн, показанная на рис. 6.4.

При сверхзвуковом потоке сферические волны располагаются, как показано на рис. 6.5. Огибающая этих волн имеет форму конуса с углом раствора, определяемым при малых возмущениях из выражения

$\sin \alpha = \frac{a}{V}$ . Угол  $\alpha$  называется углом Маха. При конечных возмущениях огибающий конус называется волной Маха, или баллистической волной.

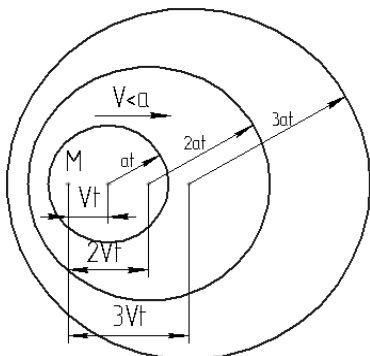


Рис. 6.4. Скорость потока меньше скорости звука

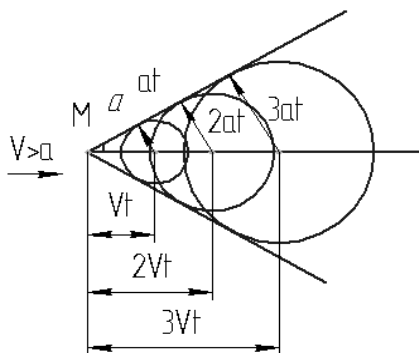


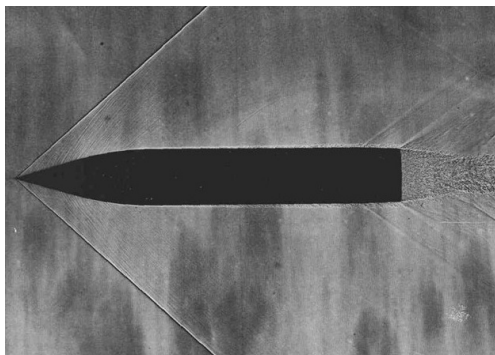
Рис. 6.5. Сверхзвуковой поток

При движении снаряда или пули со сверхзвуковой скоростью образуется также головная баллистическая волна (рис. 6.6).

На фронте баллистической волны давление и плотность возрастают скачком. При этом непосредственно у вершины снаряда давление может достигать 5...8 атм. По мере удаления фронта волны от вершины снаряда избыток давления уменьшается, так что в пределе получается бесконечно малое уплотнение, распространяющееся со скоростью звука, а баллистическая волна превращается в звуковую. Помимо головной волны, при полете снаряда со сверхзвуковой скоростью образуется еще хвостовая волна и волны, отходящие от ВП или от места обжима



гильзы (для пули). Более слабые волны образуются от шероховатостей поверхности снаряда или пули.



*Рис. 6.6.* Полет снаряда в воздухе

Возникновение скачков при сверхзвуковом обтекании приводит к дополнительному сопротивлению, получившему название волнового. Действительно, сила, движущая тело со сверхзвуковой скоростью, должна дополнительно совершать работу по поддержанию ударных волн, где возникают необратимые потери энергии при переходе в тепло. Отметим, что образование баллистической (ударной) волны приводит к резкому возрастанию общего сопротивления воздуха движению снаряда.

#### **6.2.4. ЭФФЕКТ МАГНУСА**

Эффект Магнуса – физическое явление, возникающее при обтекании вращающегося тела потоком жидкости или газа. Образуется сила, воздействующая на тело и направленная перпендикулярно потоку (рис. 6.7). Это результат совместного воздействия таких физических явлений, как эффект Бернулли и образование пограничного слоя в среде вокруг обтекаемого объекта.

Вращающийся объект создает в среде вокруг себя вихревое движение. С одной стороны объекта направление вихря совпадает с направлением обтекающего потока, и соответственно скорость движения среды с этой стороны увеличивается. С другой стороны объекта направление вихря противоположно направлению движения потока, и скорость движения среды уменьшается. Из-за этой разности скоростей возникает разность давлений, порождающая поперечную силу от той стороны вращающегося

тела, на которой направление вращения и направление потока противоположны, к той стороне, на которой эти направления совпадают. Эффект впервые описан немецким физиком Генрихом Магнусом в 1853 г.

Эффект Магнуса можно наблюдать на опыте со скатывающимся по наклонной плоскости легким цилиндром (рис. 6.8). После скатывания по наклонной плоскости центр масс цилиндра движется не по параболе, как двигалась бы материальная точка, а по кривой, уходящей под наклонную плоскость.

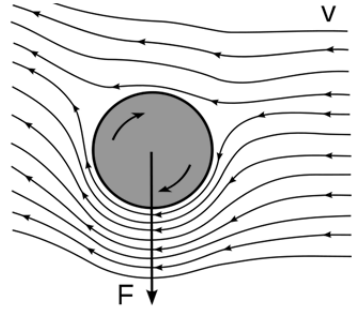


Рис. 6.7. Эффект Магнуса

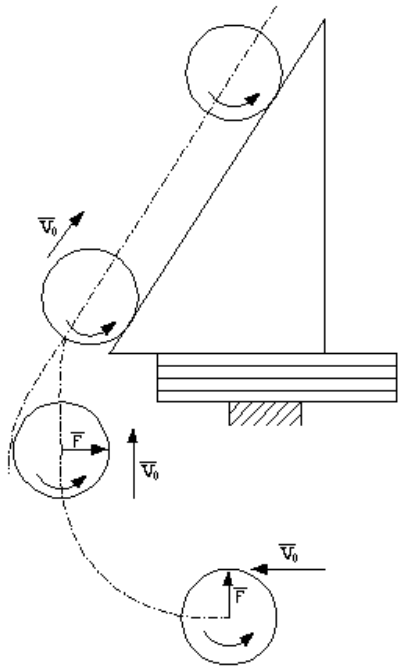


Рис. 6.8. Схема скатывающегося цилиндра

В эффекте Магнуса взаимосвязаны направление и скорость потока, направление и угловая скорость, направление и возникающая сила. Соответственно можно измерять и использовать силу или измерять поток и угловую скорость.

Зависимость результата от воздействия имеет следующий вид (формула Жуковского–Кутта):

$$F_R = J\rho V_0,$$

где  $J$  – циркуляция скорости вокруг цилиндра;  $\rho$  – плотность жидкости;  $V_0$  – относительная скорость потока.

Физический эффект проявляется на телах вращения и при определенных условиях может влиять на точность доставки боеприпаса к цели.

## **7. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ЗЕМЛЕ И АТМОСФЕРЕ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ**

Земля – геоид, большая полуось которого равна 6378,137 км, а малая – 6356,752 км. При обычных технических расчетах Землю считают шаром с радиусом 6371 км. Более того, при расчетах траекторий длиной до 10 км Землю можно считать плоской.

Можно показать, что величина поправки к дальности выражается следующей зависимостью

$$\Delta X = \frac{X^2}{2R_3} \operatorname{ctg}|\theta_c|,$$

где  $X$  – дальность;  $R_3$  – радиус Земли;  $\theta_c$  – угол падения снаряда.

Для дальности 20 км и угле падения  $60^\circ$  величина поправки составит 18 м.

### **7.1. УСКОРЕНИЕ КОРИОЛИСА**

В связи с вращением Земли на снаряд может действовать ускорение Кориолиса

$$\vec{j} = 2\vec{\omega}_3 \times \vec{V},$$

где  $\vec{\omega}_3$  – угловая скорость вращения Земли;  $\vec{V}$  – скорость перемещения тела.

Для  $\bar{\omega}_3 = 0,0000729 \text{ 1/c}$ ;  $\bar{V} = 1500 \text{ м/с}$ ;  $\sin(\bar{\omega}, \bar{V})=1$  получим  $j \approx 0,2 \text{ м/с}^2$ . Очевидно, что при обычных условиях стрельбы ускорением Кориолиса можно пренебречь.

Изменение величины и направления ускорения силы тяжести с высотой при стрельбе на максимальные для неуправляемых снарядов дистанции не превышает 1 % и в расчетах не учитывается.

В зависимости от географической широты местности ускорение силы тяжести изменяется от 9,780 до 9,832  $\text{м/с}^2$ . В расчетах внешней баллистики изменением величины ускорения силы тяжести от широты местности пренебрегают и считают  $g = 9,81 \text{ м/с}^2 = \text{const}$ .

## 7.2. АТМОСФЕРА

Атмосфера – воздушная оболочка, окружающая земной геоид. Атмосфера подразделяется на следующие части.

**Тропосфера.** Распространяется до высоты 11...16 км от поверхности Земли, составляет 3/4 массы всей атмосферы и имеет очень большое значение для внешней баллистики. Температура здесь с высотой падает (216,7 К на высоте 12 км). В тропосфере имеется несколько ярусов облачности и отмечается вертикальное и горизонтальное перемещение масс воздуха (т. е. конвективные токи и ветры). В тропосфере формируются все погодные явления.

**Стратосфера.** Является следующим слоем за тропосферой и распространяется на высоту до 50 км. До высоты 30 км температура постоянна и равна 216,7 К. При приближении к верхней границе температура начинает расти.

**Мезосфера.** Распространяется до высоты 80...90 км. Воздух здесь исключительно разрежен (на высоте 50 км плотность около 0,001 от плотности на поверхности Земли). Встречаются слои значительной ионизации. Температура с высотой падает. Характерна повышенная турбулентность воздуха.

**Термосфера.** Распространяется на высоту до 500 км. Характеризуется непрерывным ростом температуры с высотой (до 1500 К). Давление на высоте 350 км составляет  $10^{-10}$  атм.

**Экзосфера.** Простирается до высоты 2...3 тыс. км.

Последние три слоя имеют значение только для ракет дальнего действия.

### 7.3. МЕЖДУНАРОДНАЯ СТАНДАРТНАЯ АТМОСФЕРА И НОРМАЛЬНАЯ АРТИЛЛЕРИЙСКАЯ АТМОСФЕРА

Поскольку баллистические расчеты производятся относительно некоторых средних данных (нормальных метеорологических условий), эти условия необходимо как-то выбрать и всегда ими пользоваться. Наиболее распространенными являются условия, задаваемые МСА (международная стандартная атмосфера) и НАА (нормальная артиллерийская атмосфера). Большинство справочников, таблиц и расчетов в баллистике построено применительно к НАА.

#### Некоторые данные НАА

Нормальная температура  $t_{0N} = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Влажность воздуха 50 %.

Нормальное давление 750 мм рт. ст.

Нормальная плотность  $\Pi_{0N} = 1,206 \text{ кг/м}^3$ .

### 7.4. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ВОЗДУХА

В баллистике широко используется понятие относительной плотности воздуха

$$H(Y) = \Pi / \Pi_{0N},$$

где  $\Pi$  – плотность воздуха на высоте  $Y$ ;  $\Pi_{0N}$  – плотность воздуха на поверхности Земли при нормальных условиях.

Имеется ряд зависимостей, описывающих изменение относительной плотности воздуха от высоты.

#### Формула Ветчинкина

$$H(Y) = \frac{20 - Y}{20 + Y},$$

где  $Y$  – высота от поверхности Земли, км;  $Y_{\max} = 15 \text{ км}$ .

## 7.5. ВЕТЕР

Ветер является важным метеорологическим фактором, имеющим большое значение для внешней баллистики. Основные характеристики ветра – скорость и направление – зависят от координат рассматриваемой точки и времени. На основании имеющихся опытных данных можно утверждать, что скорость ветра в вертикальном направлении невелика по сравнению со скоростью ветра в горизонтальной плоскости. Поэтому в баллистике принято не учитывать вертикальный ветер.

Порывистость ветра служит главной причиной рассеивания снарядов. При проведении испытаний боеприпасов стрельбой устанавливаются ограничения по скорости ветра. Так, для неуправляемых ракет разрешается:

- наземный ветер до 10 м/с;
- баллистический ветер (на высоте) до 20 м/с.

Влияние ветра на полет снаряда учитывается с помощью поправочных формул.

### Изменение дальности

$$\Delta X = W_x \left( T - \cos \theta_0 \frac{\partial X}{\partial v_0} + \frac{\sin \theta_0}{v_0} \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \right),$$

где  $W_x$  – продольный ветер;  $T$  – полное полетное время;  $\theta_0$  – угол бросания;  $v_0$  – начальная скорость снаряда.

Продольный попутный ветер увеличивает дальность, а встречный – уменьшает.

### Снос по ветру (боковой)

$$Z = W_Z \left( T - \frac{X}{v_0 \cos \theta_0} \right),$$

где  $Z$  – боковое отклонение снаряда из плоскости бросания;  $W_Z$  – боковой ветер.

## 8. ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА ДВИЖЕНИЮ СНАРЯДА

### 8.1. ФИЗИЧЕСКАЯ КАРТИНА ОБТЕКАНИЯ ТЕЛА

При движении снаряда или любого тела в воздухе возникают аэродинамические силы. Теоретическое и экспериментальное изучение процесса обтекания тела сверхзвуковым потоком при отсутствии угла атаки показывает, что общее сопротивление движению потока складывается из волнового сопротивления, сопротивления поверхностного трения и донного сопротивления (см. таблицу).

Примерные значения видов сопротивления, %

Виды сопротивления	Дозвуковые скорости, $M = 0,2 \dots 0,8$	Сверхзвуковые скорости	
		$M = 1,2 \dots 1,7$	$M = 1,7 \dots 2,5$
Волновое	0	50...60	60...70
Донное	70...60	35...30	30...22
Поверхностное трение	30...40	15...10	10...8

Перед головной частью снаряда образуется ударная волна (конус Маха), на которой скачком меняется давление и скорость набегающего потока (рис. 8.1). Избыточное давление на головную часть снаряда составляет основную долю сопротивления. На величину этого давления влияют скорость движения снаряда и его калибр.

Сопротивление поверхностного трения зависит от скорости относительного движения потока, размеров поверхности снаряда, т. е. его калибра и длины, и вязкости воздуха.

За дном снаряда образуется зона вихревого движения воздуха с пониженным давлением, что также увеличивает разность давлений на головную и донную части снаряда, создавая донное сопротивление.



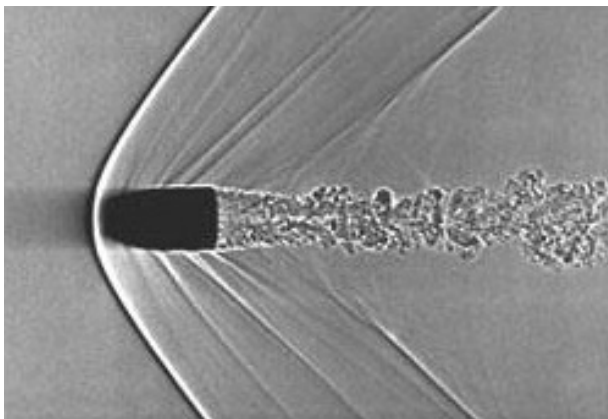


Рис. 8.1. Физическая картина обтекания тела

Помимо основного движения снаряда – движения центра масс снаряд совершает еще некоторое движение около центра масс, параметры которого также влияют на аэродинамические силы. При отклонении снаряда на угол  $\delta$  (рис. 8.2) в плоскости сопротивления возникает подъемная сила  $R_N$ , величина которой зависит от угла  $\delta$ , калибра и длины снаряда. Одновременно увеличивается и сила лобового сопротивления  $R_T$ . Равнодействующая сил сопротивления  $\bar{R}$  в общем случае не проходит через центр масс (ЦМ) снаряда, а приложена в центре давления (ЦД). Возникает опрокидывающий (стабилизирующий для оперенных снарядов) образованный парой сил момент  $M$ .

Угол  $\delta$  меняется в плоскости сопротивления со скоростью  $\dot{\delta}$ , а сама плоскость сопротивления вращается со скоростью прецессии  $\dot{\nu}$ , при этом возникают аэродинамические силы, препятствующие этим двум движениям. Можно полагать, что помимо размеров снаряда они зависят от угловой скорости его вращения относительно экваториальной оси. Соответствующий момент  $M_d$  называется демпфирующим.

Вращение снаряда относительно продольной оси также создает момент поверхностного трения  $M_T$ .

Поскольку в общем случае ось снаряда не совпадает по направлению с вектором скорости, имеется поперечная составляющая скорости потока, которая, складываясь со скоростью циркулирующего потока, создает с одной стороны снаряда область повышенного давления (при

сложении векторов скоростей, направленных в разные стороны), с другой – пониженного. В результате возникает сила Магнуса  $R_{MA}$  (рис. 8.3).

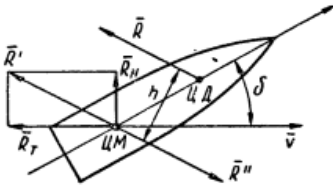


Рис. 8.2. Аэродинамические силы, действующие на снаряд

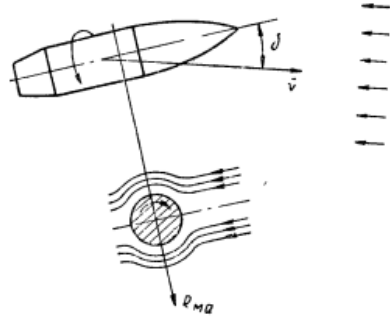


Рис. 8.3. Схема возникновения силы Магнуса

## 8.2. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ И КОЭФФИЦИЕНТЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ

Все силы, действующие на снаряд или другое тело в потоке воздуха, можно свести к главному вектору аэродинамических сил  $\vec{R}$  и главному вектору аэродинамического момента  $\vec{M}$ , приложенным к центру тяжести снаряда. Угол между осью тела и направлением потока, обтекающего тело, называется углом атаки. Будем в дальнейшем обозначать его как  $\alpha$  (рис. 8.4).

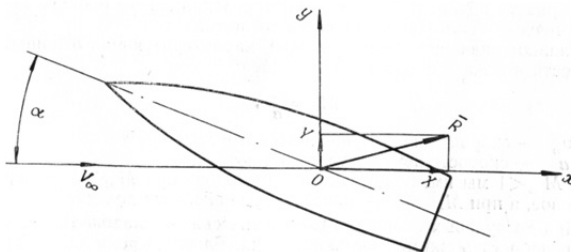


Рис. 8.4. Движение снаряда под углом атаки

В практике решения инженерных задач используют проекции этих сил на оси какой-либо системы координат. В зависимости от решаемой задачи используют различные системы координат: земные, связанные, полусвязанные, скоростные (поточные), полускоростные и т. д. Чаще всего используется система осей  $x y z$ , у которой ось  $x$  направлена по потоку, и в связи с этим она называется поточной или скоростной.

В плоском случае, а это основной случай расчетов во внешней баллистике, имеем всего три составляющие аэродинамического сопротивления:  $X$  – сила лобового сопротивления;  $Y$  – подъемная сила;  $M_z$  – момент в плоскости  $xoy$ .

Практикой установлено, что величина аэродинамических сил зависит прежде всего от формы тела, его площади, плотности среды и скорости потока. В общем виде эта зависимость записывается так:

$$R = c \frac{\rho v^2}{2} S_{\text{мид}},$$

где  $\rho$  – плотность среды;  $v$  – скорость потока;  $S_{\text{мид}}$  – миделево сечение – площадь наибольшего поперечного сечения;  $c$  – коэффициент аэродинамической силы.

Это выражение носит название основной формулы аэродинамической силы.

По аналогии можно записать:

$$X = c_x \frac{\rho v^2}{2} S_{\text{мид}};$$

$$Y = c_y \frac{\rho v^2}{2} S_{\text{мид}};$$

$$M_z = c_M \frac{\rho v^2}{2} S_{\text{мид}} L_{\text{корп}};$$

где  $L_{\text{корп}}$  – длина корпуса;  $c_M$  – коэффициент момента;  $c_x$  – коэффициент лобового сопротивления;  $c_y$  – коэффициент подъемной силы.

Знание аэродинамических коэффициентов  $c_x$ ,  $c_y$  и  $c_M$ , размеров тела и характеристик потока позволяет определить значения аэродинамических сил.

### 8.3. ДОЗВУКОВОЕ И СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ

Характер обтекания и механизм появления составляющих аэродинамических сил зависят от скорости потока. Главное значение имеет величина, характеризующая отношение скорости потока к скорости звука, называемая числом Маха:

$$M_\infty = \frac{v_\infty}{a},$$

где  $v_\infty$  – скорость невозмущенного потока;  $a$  – скорость звука в условиях потока.

При  $M_\infty < 1$  мы имеем дозвуковое обтекание, при  $M_\infty > 1$  – сверхзвуковое, а при  $M_\infty \sim 1$  – транзвуковое.

При дозвуковых скоростях в теоретических исследованиях можно пренебрегать сжимаемостью воздуха. Главную роль здесь играет сопротивление трения и донное разрежение. Транзвуковые скорости полета ( $M_\infty = 0,8 \dots 1,2$ ) характеризуются значительной сложностью происходящих явлений, которые изучаются экспериментально.

При сверхзвуковых скоростях основную роль в сопротивлении играет перераспределение давления по поверхности снаряда, в первую очередь на головной части, и в потоке около снаряда. Вокруг него образуется система так называемых скачков уплотнения, представляющих собой ударные волны различной интенсивности, появление которых – характерная особенность полета тела со скоростью, превышающей скорость звука.

Типичный график зависимости  $c_x$  от числа Маха для тела, по форме близкого к артиллерийскому снаряду, показан на рис. 8.5. Из его рассмотрения следует, что коэффициент лобового сопротивления  $c_x$  – переменная величина. Ее наибольшее значение наблюдается при транзвуковых скоростях. Величину  $c_x$  можно считать постоянной

только для какого-то диапазона чисел  $M_\infty$ , принимая ее соответствующим средним значением.

Следует отметить, что уменьшение  $c_x$  при сверхзвуковых скоростях не означает уменьшения общего сопротивления  $R$ , поскольку последнее пропорционально квадрату скорости и его увеличение за счет влияния изменения  $c_x$  идет медленнее.

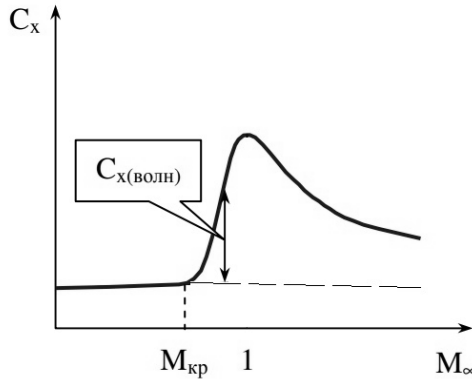


Рис. 8.5. Типичный график зависимости  $c_x$  от числа Маха

На рис. 8.6 показана зависимость коэффициента силы лобового сопротивления от числа Маха для осколочных поражающих элементов, по данным ВВИА им. Н.Е. Жуковского.

$$c_x = \begin{cases} 0,5 & \text{при } M \leq 0,5; \\ \frac{61}{80} + \frac{21}{80} \sin\left(\frac{\pi(M-0,5)}{1,1} - \frac{\pi}{2}\right) & \text{при } 0,5 < M \leq 1,6; \\ 0,783 + 0,31e^{(-M/6,469)} & \text{при } 1,6 < M \leq 9; \\ 0,86 & \text{при } M > 9. \end{cases}$$

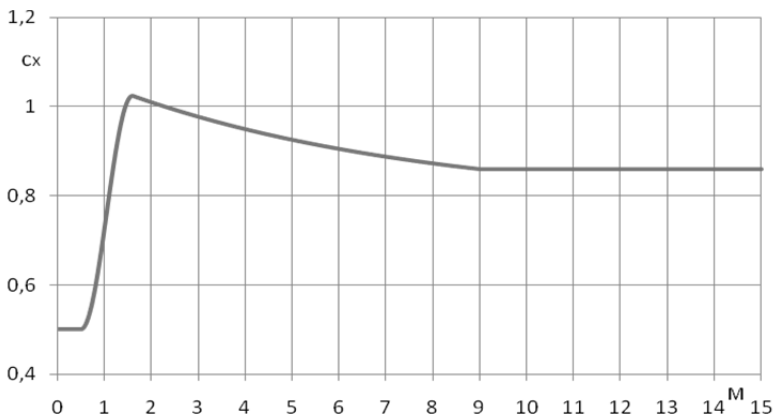


Рис. 8.6. Зависимость коэффициента силы лобового сопротивления от числа Маха для осколочных поражающих элементов

#### 8.4. АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СНАРЯДА

Для внешнебаллистических расчетов важно знать не только величину возникающих аэродинамических сил, но и положение точки приложения их равнодействующей, называемой центром давления снаряда (ЦД).

Отметим, что в аэродинамике самолета наряду с понятием «центр давления» используется понятие аэродинамического фокуса. Аэродинамический фокус тела, обтекаемого потоком, – точка, относительно которой суммарный момент аэродинамических сил имеет постоянную величину, не зависящую от угла атаки. Иначе говоря, фокус – это точка приложения вектора прироста подъемной силы, вызванного изменением угла атаки. Во внешней баллистике для осесимметричных тел вращения, как правило, в литературе принято пользоваться понятием «центр давления».

Ниже будет показано, что взаимное положение центра тяжести (ЦТ) и центра давления определяют устойчивость и правильность полета снаряда на траектории. Полагают, что центр давления размещается на оси снаряда на расстоянии  $x_{ЦД}$  от его носика. Поэтому координаты

ната  $x_{ЦД}$  является определяющим размером центра давления. В безразмерном виде

$$c_{ЦД} = \frac{x_{ЦД}}{L_{корп}},$$

где  $L_{корп}$  – длина корпуса.

Например, для  $M_\infty$  до 6 и  $L_{корп} = 8$  клб  $c_{ЦД} = 0,30 \dots 0,45$ , т. е. центр давления лежит ближе к носу тела.

Для оперенных снарядов из-за подъемной силы оперения центр давления смещается назад и тем больше, чем больше мощность оперения. Таким образом, становится возможным регулировать положение центра давления.

Рассмотрим устойчивость снаряда в зависимости от взаимного расположения центра тяжести и центра давления при случайных отклонениях от траектории под действием порыва ветра, толчка при вылете из ствола и т. д. (рис. 8.7).

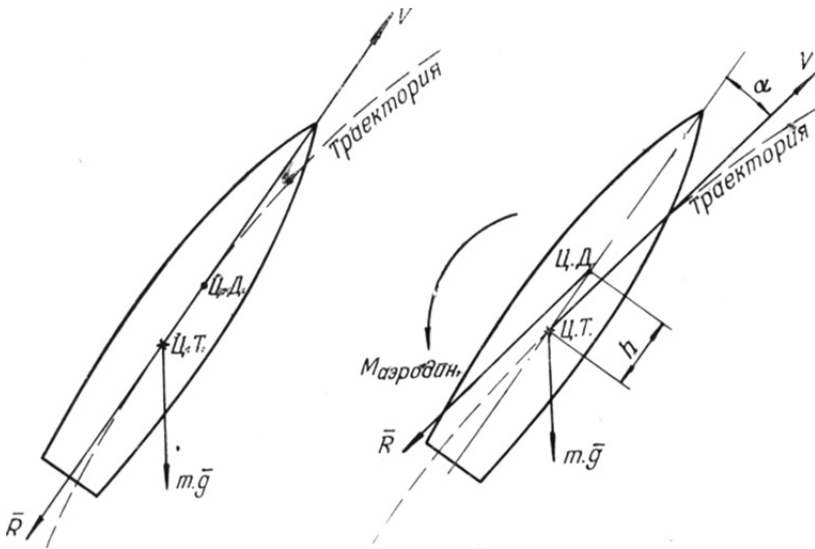


Рис. 8.7. Движение неоперенного снаряда

В основном случае для неоперенного снаряда центр давления находится ближе к носу, т. е. впереди центра тяжести, располагающегося посередине.

Колебания снаряда, как и любого материального тела, происходят около его центра тяжести. Аэродинамическая сила направлена приблизительно противоположно скорости снаряда.

В результате, в случае заднего расположения центра тяжести по отношению к центру давления, аэродинамический момент увеличивает появившийся угол атаки, т. е. отклонение снаряда, и снаряд аэродинамически неустойчив.

Движение снаряда на траектории считается устойчивым, если при случайных отклонениях его от траектории возникают силы и моменты, возвращающие снаряд на траекторию. Для неоперенных снарядов основной способ обеспечения устойчивости – гироскопический, т. е. придание им быстрого вращения.

В случае заднего расположения центра давления, достигнутого применением оперения, возникают аэродинамические силы, уменьшающие угол атаки, т. е. возвращающие снаряд в исходное положение (рис. 8.8). Степень устойчивости зависит от расстояния  $h$  между центром тяжести и центром давления:

$$h = x_{ц.д} - x_{ц.т}.$$

Количественно устойчивость характеризуется коэффициентом устойчивости

$$\xi_{уст} = \frac{h}{L_{корп}}.$$

Для неуправляемых реактивных снарядов  $\xi_{уст} = 10...35\%$ . При меньших значениях  $\xi_{уст}$  устойчивость мала, а при больших повышается чувствительность изделий к боковому ветру.



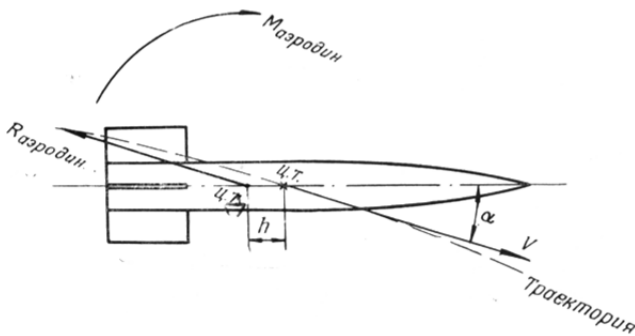


Рис. 8.8. Аэродинамические силы, уменьшающие угол атаки

Следует отметить, что снаряд при сверхзвуковых скоростях обладает меньшей устойчивостью, и поэтому достаточно ограничиться расчетом его устойчивости при максимальном  $M_\infty$ .

## 8.5. РАСЧЕТНОЕ И ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СНАРЯДОВ

Теоретические методы аэродинамики дают возможность приближенно установить величины аэродинамических коэффициентов и положение центра давления. Расчет составляющих коэффициента лобового сопротивления ведется поэлементно.

$$c_x = c_{xf} + c_{xp} + c_{xd} + c_{xi} + c_{x\alpha} + \Delta c_{xk},$$

где  $c_{xf}$  – составляющая за счет поверхностного трения;  $c_{xp}$  – коэффициент, зависящий от распределения нормального давления потока по боковой поверхности снаряда;  $c_{xd}$  – составляющая за счет донного разрежения;  $c_{xi}$  – коэффициент индуктивного сопротивления (за счет образования вихрей);  $c_{x\alpha}$  – прибавка за счет наличия угла атаки;  $\Delta c_{xk}$  – прибавка за счет дополнительного сопротивления воздуха выступающим деталям (ведущие штифты и т. д.). Для каждого из коэффициентов есть свои теоретические или эмпирические зависимости.

Следующий этап определения аэродинамических характеристик – проведение испытаний в аэродинамических трубах. Окончательно характеристики изделий определяются при опытных отстрелах.

Аэродинамическая труба представляет собой канал, в котором искусственно создается поток газа с заданной регулируемой скоростью. В сечении канала на специальной державке размещается испытываемый объект.

В настоящее время появилась возможность определять аэродинамические характеристики путем математического моделирования на ЭВМ процесса обтекания тела потоком воздуха.

## 8.6. ФОРМУЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА ДВИЖЕНИЮ АРТСНАРЯДОВ

Во внешней баллистике для удобства в расчетах общий закон для силы лобового сопротивления воздуха записывают в другой форме, чем в аэродинамике.

$$R = F_1(v)F_2(S)F_3(\Pi)F(v),$$

т. е. полагают, что на силу сопротивления воздуха в основном влияют четыре основных фактора:

- $F_1(v)$  – учитывает форму снаряда; влияние формы учитывают коэффициентом формы  $i$ , который в простейшем случае не зависит от скорости:  $F_1(v) = i$ ;
- $F_2(S)$  – учитывает площадь поперечного сечения снаряда; считают, что сопротивление пропорционально площади поперечного сечения, или, что одно и то же, квадрату калибра:  $F_2(S) = d^2$ ;
- $F_3(\Pi)$  – учитывает плотность воздуха на данной высоте в данных условиях:

$$F_3(\Pi) = \frac{\Pi}{\Pi_{0N}}.$$

Здесь и далее под  $R$  имеется в виду сила лобового сопротивления.

Сила сопротивления воздуха принимается пропорциональной отношению текущей плотности  $\Pi$  к плотности на поверхности Земли

при нормальных атмосферных условиях  $\Pi_{0N}$ . Вводя  $\Pi_0$  – плотность на поверхности Земли для данных условий, получаем

$$F_3(\Pi) = \frac{\Pi}{\Pi_{0N}} \frac{\Pi_0}{\Pi_0}$$

и, учитывая

$$\frac{\Pi}{\Pi_0} = H(y),$$

окончательно имеем

$$F_3(\Pi) = \frac{\Pi_0}{\Pi_{0N}} H(y);$$

•  $F(v)$  – выражает в общем законе сопротивления влияние скорости на силу этого сопротивления.

Окончательно можно записать:

$$R = \frac{1000}{g} id^2 \frac{\Pi_0}{\Pi_{0N}} H(y) F(v).$$

Отношение  $\frac{1000}{g}$  введено для удобства применения закона на практике и неявно входит делителем в функцию  $F(v)$ .

Часто во внешней баллистике используется выражение

$$I = \frac{R}{m} = \frac{Rg}{q},$$

где  $I$  – ускорение силы сопротивления воздуха.

Подставляя полученные выражения в  $R$ , имеем:

$$I = \frac{1000}{g} \frac{g}{q} id^2 \frac{\Pi_0}{\Pi_{0N}} H(y) F(v).$$

Произведя сокращение  $g$ , из приведенного выражения можно выделить постоянную

$$c = \frac{id^2}{q} 10^3 \frac{\Pi_0}{\Pi_{0N}}.$$

Эта постоянная показывает потерю скорости снарядом на полете, пропорциональна ей и носит название баллистического коэффициента.

При расчете траектории для нормальных условий

$$\frac{\Pi_0}{\Pi_{0N}} = 1 \quad \text{и} \quad c = \frac{id^2}{q} 10^3.$$

Значение баллистического коэффициента для всех изделий лежит в пределах  $0,05 \dots 10,0 \text{ м}^2 \cdot \text{кгс}$  (от больших ракет до пуль).

$$I = cH(y)F(v),$$

или

$$R = \frac{q}{g} cH(y)F(v).$$

Функция сопротивления  $F(v)$ , естественно, своя для каждого отдельного образца снаряда. Экспериментально-теоретическое определение точного закона сопротивления для каждого вновь разрабатываемого образца практически невозможно, и поэтому в баллистике идут другим путем. Берут закон сопротивления какого-либо проверенного многочисленными опытами и отстрелами снаряда (так называемого эталонного) и, используя коэффициент формы  $i$  – коэффициент несоответствия формы данного снаряда эталонному, а значит, и несоответствия сопротивления, получают закон сопротивления данного снаряда.

## 8.7. ЗАКОНЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Основными, наиболее часто применяемыми эталонными законами сопротивления являются следующие.

**1. Закон сопротивления Сиагчи.** Получен при объединении баллистических опытов со снарядами старой формы (эталонный снаряд с цилиндрическим корпусом, высотой головной части 1,15 клб и

радиусом оживала 1,5 клб). Этот закон, как и остальные, задан в табличной форме.

2. **Закон сопротивления 1930 г.** Получен Гарнье и Дюпюи по опытам на Гаврском полигоне. Эталонный снаряд с конической запоясковой частью, высотой головной части 2,75 клб.

3. **Закон сопротивления 1943 г.** Получен Артакадемией на опытах с дальнобойными снарядами современной формы с конической донной частью и высотой головной части 3,0 клб.

Используются и другие законы.

Считается, что для снарядов, не слишком сильно отличающихся по форме, законы сопротивления имеют одинаковый вид и различаются лишь постоянным коэффициентом. Так, если снаряд имеет притупленную форму и высоту головной части 1,5 клб, то закон его сопротивления должен быть подобен закону Сиаччи.

В соответствии с принятым законом коэффициенты формы обозначаются  $i_s$ ,  $i_{30}$  и  $i_{43}$ , т. е. по закону Сиаччи 1930 и 1943 гг. соответственно.

Общий закон сопротивления воздуха движению артснаряда учитывает те же самые основные факторы, что и общая формула аэродинамической силы, но получен он экспериментальным путем и гораздо удобнее для введения поправок в баллистические расчеты по результатам опытных стрельб.

## 8.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ФОРМЫ

Коэффициент формы может быть определен по результатам аэродинамических продувок, исходя из следующего:

$$i = \frac{F(v)}{F(v)_{\text{ЭТ}}};$$

$$R = \frac{q}{g} cH(y)F(v).$$

Здесь все члены, кроме  $F(v)$ , для данных условий постоянны и, значит,

$$i = \frac{R}{R_{\text{ЭТ}}}.$$

Учитывая, что

$$R = c_x \frac{\rho v^2}{2} S_{\text{мид}},$$

где для данных условий все члены, кроме  $c_x$ , постоянны, окончательно имеем

$$i = \frac{c_x}{c_{x\text{эт}}}.$$

Учитывая, что зависимость  $c_x = f(M_\infty)$  имеет разный характер для данного и эталонного снарядов, коэффициент формы по этому методу может быть установлен только для диапазона скоростей, где  $c_x$  и  $c_{x\text{эт}}$  изменяются несущественно.

В конструкторской практике используются формулы, дающие приближенную величину коэффициента формы в зависимости от геометрических характеристик снаряда. Вычисленный таким образом коэффициент следует рассматривать как первое приближение к действительности.

1. Формула Хургина для закона 1930 года :

$$i_{30} \cong 2,46 - 0,5H,$$

где  $H$  – высота головной части в клб.

2. Для закона 1943 года:

$$i_{43} \cong 2,50 - 0,5H,$$

если  $v \geq 400$  м/с

## 8.9. НАИВЫГОДНЕЙШИЕ ФОРМЫ СНАРЯДОВ

С точки зрения дальности полета наиболее выгодна форма снаряда, имеющего наименьшее аэродинамическое сопротивление.

Уменьшение калибра уменьшает величину аэродинамического сопротивления во второй степени

$$R = c_x \frac{\rho v^2}{2} S_{\text{мид}},$$

$$S_{\text{мид}} = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Более длинная головная часть резко уменьшает аэродинамическое сопротивление при больших скоростях полета. Например, для  $M_\infty \approx 3$  доля головного сопротивления составляет около 75 % общего, а приближенная зависимость сопротивления головной части для этого числа  $M_\infty$  имеет вид

$$c_x \cong \frac{2}{3} \frac{1}{H^3}.$$

Для дозвуковых скоростей, где главную роль играет сопротивление трения, форма головной части имеет меньшее значение и зачастую выбирается по технологическим соображениям.

Потери на трение зависят от площади боковой поверхности тела и ее состояния, например:

- при аэродинамических продувках шероховатые модели имеют сопротивление на 10...20 % больше, чем гладкие;
- для 130-мм снаряда с окрашенным корпусом дальность стрельбы 28,5 км, а для неокрашенных снарядов, за счет большей шероховатости, дальность уменьшается до 27,3 км.

Весьма значительно на сопротивление влияют выступающие детали (штифты, свечи и т. д.), поскольку их сопротивление, приходящееся на единицу площади, в 5...10 раз больше сопротивления корпуса обтекаемой формы.

Донное сопротивление имеет наибольшее значение для средних скоростей, так как при малых оно вообще невелико, а при больших  $M_\infty$  доля донного сопротивления резко падает.

Следует отметить, что бесконечно улучшать форму изделий нельзя. Удлиненные боевые части обладают меньшей эффективностью. Очень длинные, обтекаемые изделия обладают ухудшенной устойчивостью, повышенной чувствительностью к боковому ветру. Они нетехнологичны и нетранспортабельны.

## 9. ИСПЫТАНИЯ БОЕПРИПАСОВ

### 9.1. ИСПЫТАТЕЛЬНЫЕ ПОЛИГОНЫ

Испытания всех видов боеприпасов проводятся на специальных испытательных полигонах, которые в зависимости от выполняемых задач подразделяются на научно-исследовательские, войсковые, заводские и т. д.

Во главе полигона стоит штаб, занимающийся вопросами планирования, обеспечения и проведения испытаний. В подчинении штаба находятся различные лаборатории и отделы, ремонтные, снаряжательные и сборочные цехи, термостационарные комплексы (камеры холода, тепла, влажности т. д.), транспортное хозяйство, батарея и поле стрельб (рис. 9.1).

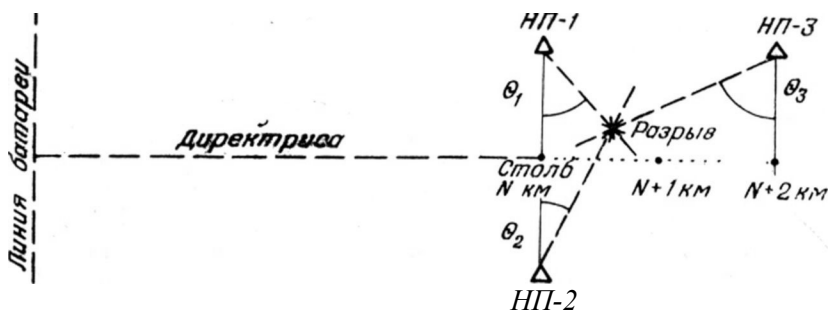


Рис. 9.1. Схема трассы полигона

Район падения снарядов, называемый полем, должен представлять собой ровную, очищенную от камней и леса площадку (для исключения преждевременного срабатывания взрывателя при ударе о ветку



или повреждения корпуса для инертного снаряжения). Болотистый грунт также нежелателен.

Основное направление стрельбы, или директрису, вывешивают на местности геодезическим путем и отмечают через каждые 100 м. Километровые участки отмечают более высокими столбиками (вехами). Параллельно основному направлению слева и справа на расстоянии 1...2 км размещают линии наблюдательных пунктов (НП), располагаемых на вышках или в блиндажах. Наблюдательные пункты оборудуют визирными приборами, позволяющими производить засечку направления места разрыва (рис. 9.1). Для засечки разрывов на высоте (зенитные снаряды) применяют кино- и фототеодолиты.

При испытаниях принимаются все меры предосторожности. Так, разрывы боеприпасов разрешается наблюдать с расстояния не менее 200...1000 м в зависимости от калибра.

Важное место в испытаниях, проводимых на полигонах, занимают баллистические испытания, в процессе которых определяются скорость, дальность и кучность отстреливаемого изделия.

## 9.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЕТА СНАРЯДА

При определении скорости чаще всего используют хронографы – приборы, предназначенные для измерения промежутков времени, за которые снаряд проходит определенные участки своего пути. Допустим, мы имеем участок траектории  $AB$  длиной  $l$ , тогда

$$v_{\text{ср } AB} = \frac{l}{t_{AB}},$$

где  $l$  – база замера.

Для получения необходимой точности база выбирается в пределах 8...10 % от пути снаряда, проходимого им за 1 с (при ожидаемой скорости 1000 м/с  $l = 80...100$  м).

Хронографы – это устройства, реагирующие на разрыв электрической цепи. В точках  $A$  и  $B$  размещаются рамы-мишени, представляющие собой деревянные рамы с сетью часто натянутых тонких проволок, так называемой мишуры. При прохождении снарядом рамы-мишени в последней рвется проволока, в результате чего прекращается прохождение тока. Вместо рам-мишеней могут использоваться соле-

ноиды диаметром до 2 м. Здесь устраняется необходимость перемотки проволоки после каждого выстрела. Стрельба ведется намагниченными снарядами. Время полета снаряда между рамами-мишенями измеряется, как правило, с помощью осциллографов.

В настоящее время применяются также методы непосредственного определения скоростей с помощью радиолокационного оборудования.

### 9.3. ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА

Силу сопротивления воздуха можно определить, используя четыре рамы-мишени (рис. 9.2). Стрельбу ведут при углах возвышения, близких к нулю, чтобы можно было не учитывать работу сил тяжести. Время полета на участке  $AB$  дает скорость в точке 1, а на участке  $CD$  – в точке 2. Тогда, приравняв изменение кинетической энергии снаряда на участке 1-2 работе внешних сил, т. е. аэродинамическому сопротивлению, получим

$$\frac{q}{g} \frac{v_1^2}{2} - \frac{q}{g} \frac{v_2^2}{2} = R_{\text{ср}}(x_2 - x_1),$$

где  $q$  – вес снаряда, или окончательно

$$R_{\text{ср}} = \frac{q}{2g} \frac{v_1^2 - v_2^2}{L}.$$

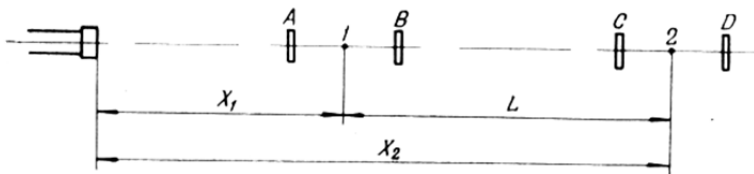


Рис. 9.2. Схема определения силы сопротивления воздуха при стрельбе

Проведя большое число опытов, можно получить общую зависимость сопротивления воздуха.

## 9.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАЛЬНОСТИ СТРЕЛБЫ

Дальность для группы выстрелов определяется дальностью средней точки попадания, находимой по зависимости

$$x_c = \frac{\sum x_i}{n} \text{ и } z_c = \frac{\sum z_i}{n},$$

где  $n$  – число выстрелов в группе.

Обмер мест падения отдельных снарядов производится от любой, близко расположенной точки, координаты которой известны (рис. 9.3).

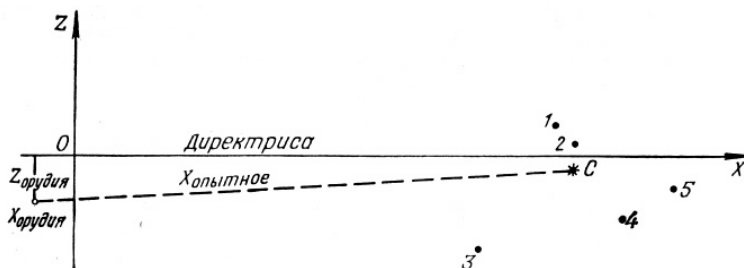


Рис. 9.3. Схема определения опытной дальности

Найдя расчетом положение средней точки попадания относительно основного направления и линии батареи, можно определить полную дальность, учитывая при этом положение орудия (из прямоугольного треугольника):

$$X_{0n} = \sqrt{(x_{\text{оруд}} - x_c)^2 + (z_{\text{оруд}} - z_c)^2}.$$

## 10. ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ

### 10.1. УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ДВИЖЕНИЕ СНАРЯДА В ВОЗДУХЕ

Основной задачей внешней баллистики называют нахождение зависимостей поступательного движения центра массы снаряда в воздухе. Основные допущения, принимаемые при этом:

- ось снаряда все время совпадает с касательной к траектории, поэтому сила лобового сопротивления направляется по касательной;
- Земля принимается плоской и неподвижной, т. е.  $g = \text{const}$ ;
- атмосфера неподвижна.

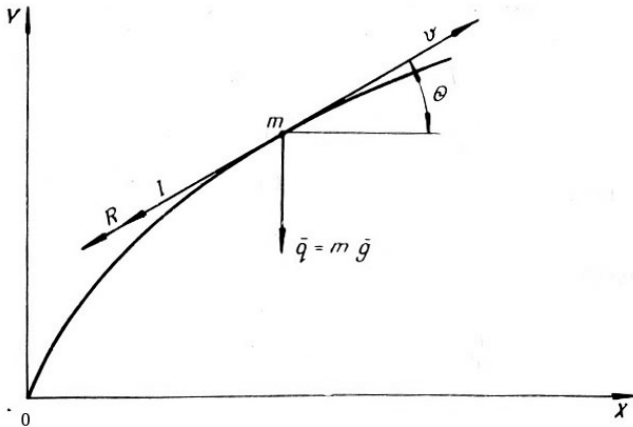


Рис. 10.1. Схема сил, действующих на снаряд при полете в воздухе

На рис. 10.1 показано движение центра масс снаряда в стартовой системе координат. Согласно основному закону механики

$$m\bar{j} = \sum \bar{F}_i = \bar{R} + \bar{q},$$

где  $\bar{j}$  – ускорение снаряда;  $\bar{R}$  – сила сопротивления;  $\bar{q}$  – вес снаряда.

Поделив обе части уравнения на  $m$ , получим

$$\bar{j} = \bar{I} + \bar{g}.$$

Распишем общее ускорение снаряда в проекции по координатным осям  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} j_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -cH(y)F(v)\cos\theta; \\ j_y = \frac{d^2y}{dt^2} = -cH(y)F(v)\sin\theta - g. \end{cases}$$

Используем подстановки:

$$G(v) = \frac{F(v)}{v} \text{ – функция сопротивления,}$$

$$v = \frac{dx}{dt \cos\theta} = \frac{dy}{dt \sin\theta}.$$

Получим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -cH(y)G(v)\frac{dx}{dt}; \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -cH(y)G(v)\frac{dy}{dt} - g. \end{cases}$$

Добавив кинематические соотношения, получим **систему четырех дифференциальных уравнений первого порядка при аргументе  $t$** :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = u; \\ \frac{dy}{dt} = w; \\ \frac{d^2x}{dt^2} = -cH(y)G(v)u; \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -cH(y)G(v)w - g; \\ v = \sqrt{u^2 + w^2}. \end{array} \right.$$

Начальные условия:  $t = 0$ ;  $y = 0$ ;  $x = 0$ ;  $u = v_0 \cos \theta_0$ ;  $w = v_0 \sin \theta_0$ .

Эта система используется в основном для расчета траекторий зенитных снарядов.

Кроме полученной выше используют и другие системы уравнений, описывающие движение снаряда.

**Система уравнений при аргументе  $\theta$  – угле наклона траектории снаряда:**

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du}{d\theta} = cH(y)F(v) \frac{u}{g \cos \theta} = \frac{c}{g} H(y)F(v)v; \\ \frac{dt}{d\theta} = -\frac{1}{g \cos^2 \theta} u; \\ \frac{dx}{d\theta} = -\frac{1}{g \cos^2 \theta} u^2; \\ \frac{dy}{d\theta} = -\frac{1}{g \cos^2 \theta} u^2 \operatorname{tg} \theta. \end{array} \right.$$

Начальные условия:  $\theta = \theta_0$ ;  $u = v_0 \cos \theta_0$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$ ;  $t = 0$ .

Система используется для получения приближенных аналитических решений.

**Система уравнений при аргументе  $x$ :**

$$\begin{cases} \frac{dt}{dx} = \frac{1}{u}; \\ \frac{du}{dx} = -cH(y)G(v); \\ \frac{dP}{dx} = -\frac{g}{u^2}; \\ \frac{dy}{dx} = P; \\ P = \operatorname{tg} \theta. \end{cases}$$

Начальные условия:  $x = 0$ ;  $t = 0$ ;  $H(0) = 1$ ;  $\theta = \theta_0$ ;  $u = v_0 \cos \theta_0$ ;  $y = 0$ .

Система используется для расчета траекторий снарядов класса «поверхность–поверхность».

## 10.2. УРАВНЕНИЕ ГОДОГРАФА

Если считать  $H(y)$  средней величиной для всей траектории, то эту величину можно включить в качестве постоянной в баллистический коэффициент. Или, если принять  $H(y) = 1$ , что справедливо для небольших углов возвышения и соответственно малых высот полета снаряда, то первое уравнение системы при аргументе  $\theta$  упрощается:

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{c}{g} \frac{u}{\cos \theta} F\left(\frac{u}{\cos \theta}\right),$$

или

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{c}{g} v F(v).$$

Это уравнение называется во внешней баллистике УРАВНЕНИЕМ ГОДОГРАФА, так как в результате его интегрирования должно получиться уравнение годографа скорости центра масс снаряда  $v = f(\theta)$ . В уравнение годографа входят только две переменные ( $u$  и  $\theta$ ), и его можно интегрировать независимо от других уравнений. Решением уравнения годографа теоретически исчерпывается основная задача внешней баллистики.

Однако в уравнении годографа переменные  $u$  и  $\theta$  не разделяются, так как функция  $F(v)$  является эмпирической и может быть задана таблично или сложной аналитической зависимостью. Поэтому уравнение годографа решается приближенно.

Следует отметить, что, кроме отдельных случаев, система дифференциальных уравнений движения снаряда в воздухе в аналитическом виде не интегрируется и решается численно.

### **10.3. УГОЛ НАИБОЛЬШЕЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ДАЛЬНОСТИ**

При стрельбе в пустоте угол наибольшей горизонтальной дальности равен  $45^\circ$ . При реальной стрельбе угол наибольшей горизонтальной дальности изменяется от  $30^\circ$  (стрелковое оружие) до  $58^\circ$  (сверхдальняя стрельба). Для орудий средних калибров угол максимальной дальности близок к  $43^\circ$ .

### **10.4. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ВРАЩАЮЩИЙСЯ СНАРЯД**

При решении основной задачи внешней баллистики учитываются только сила тяжести и сила сопротивления воздуха, направленная по касательной к траектории центра тяжести (массы) снаряда и приложенная именно в этой точке.

При изучении вращательного движения приходится, кроме того, считаться с целым рядом других сил, зависящих:

- от положения оси снаряда относительно этой касательной;
- движения самой оси снаряда;
- от вращательного движения самого снаряда около этой оси.

В общем случае снаряд движется под некоторым углом атаки  $\alpha$ , отличным от нуля, и на него действует некоторая аэродинамическая



сила, являющаяся равнодействующей и приложенная в центре давления снаряда. Эта аэродинамическая сила дает опрокидывающий (дестабилизирующий) момент, увеличивающий угол атаки  $\alpha$  и действующий на плече  $h$  (рис. 10.2).

Выражение для дестабилизирующего момента записывается так:

$$M = \frac{d^2 h}{g} 10^3 H(v) v^2 k_M \left( \frac{v}{a} \right) \alpha,$$

где  $k_M \left( \frac{v}{a} \right)$  – коэффициент момента, являющегося функцией числа Маха (или скорости снаряда). Обычно для артснарядов момент положителен по знаку, так как он увеличивает угол атаки, и служит главной составляющей, наиболее важной для вращательного движения.

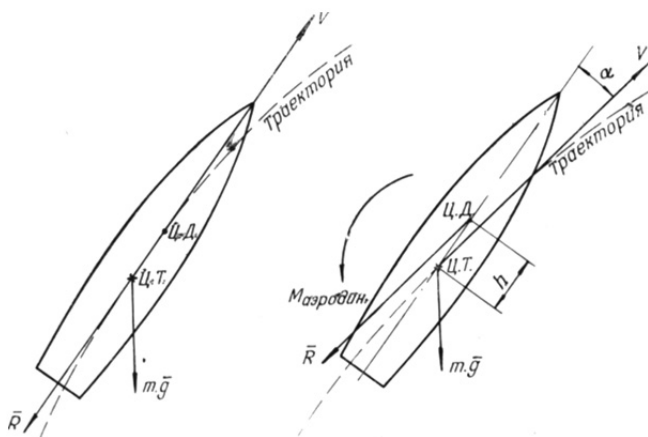


Рис. 10.2. Движение неоперенного снаряда

Снаряд при вылете из ствола получает ряд толчков, ударов и воздействий, устранить которые не удастся. Следствием этого будет появление угла атаки, а значит, и дестабилизирующего момента силы сопротивления воздуха, вызывающего возрастающие отклонения снаряда от траектории с переходом в беспорядочное кувыркание, что дает большие отклонения снаряда от цели.

Для обеспечения устойчивости полета снаряд должен либо иметь оперение, которое смещает центр давления за центр тяжести, либо

стабилизироваться на траектории с помощью вращения. Всем непрерывным изделиям придается быстрое вращение, в результате чего и обеспечивается гироскопическая устойчивость.

Устойчивостью на полете называется свойство снаряда двигаться в воздухе без значительного отклонения его оси от касательной к траектории.

## 10.5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГИРОСКОПОВ

Устойчивость вращающегося снаряда обеспечивается за счет гироскопического эффекта. Гироскопом или волчком называют твердое симметричное тело, быстро вращающееся вокруг своей оси симметрии.

**Основная теорема гироскопа:** если ось гироскопа, быстро вращающегося с угловой скоростью  $\bar{\omega}$ , поворачивать с угловой скоростью  $\bar{\Omega}$  вокруг оси, составляющей с осью гироскопа угол  $\theta$ , то появляется пара сил с моментом

$$\bar{M} = C\bar{\omega} \times \bar{\Omega},$$

или в скалярной форме

$$M = C\omega\Omega \sin \theta,$$

стремящаяся поставить ось гироскопа параллельно оси поворота так, чтобы оба вращения происходили в одну сторону. Эта пара сил, называемая восстанавливающей, действует на тело, которое сообщает гироскопу угловую скорость  $\Omega$ . Здесь  $C$  – осевой момент инерции гироскопа.

Вращение гироскопа вокруг оси со скоростью  $\omega$  называется собственным вращением гироскопа, а вращение с угловой скоростью  $\Omega$  называется прецессией. Чтобы сообщить гироскопу прецессионное движение, нужно приложить к нему пару сил, противоположную восстанавливающей паре. В случае с артиллерийским снарядом мы и имеем такую зависимость: опрокидывающий (дестабилизирующий) момент силы сопротивления воздуха вызывает прецессию снаряда и соответственно появление восстанавливающей пары, направленной противоположно опрокидывающему моменту. При достаточно большом числе оборотов гироскопа (или снаряда) вокруг оси величина восстанавливающего момента тоже велика, и при возмущающем воздействии внешних сил положение оси приблизительно сохраняется, давая лишь

дополнительное движение оси волчка вокруг первоначального положения – прецессию.

Принято различать сильный и слабый гироскоп. Сильным называется такой гироскоп, у которого при приложении некоторой элементарной силы возникающие углы прецессии ограничены по величине.

## 10.6. ПОВЕДЕНИЕ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ СНАРЯДА НА ТРАЕКТОРИИ

На рис. 10.3 показан механизм появления прецессионного движения снаряда. Из основной теоремы гироскопа следует, что он изменяет положение своей оси, двигаясь всегда под прямым углом к направлению действия внешней силы и в сторону своего вращения. В начале движения ось снаряда отходит от траектории (т. е. траектория опускается, а ось сохраняет направление бросания из ствола), результирующая силы сопротивления воздуха давит на снаряд снизу и он по закону гироскопа поворачивается в сторону (вправо). В новом положении давление потока воздуха воздействует на снаряд сильнее слева и стремится повернуть его голову вправо, а гироскопический эффект повернет ее вниз. Затем снаряд под воздействием воздуха сверху начнет поворачивать вниз, а гироскопический эффект повернет ее влево. Далее голова снаряда поворачивается вверх, и таким образом цикл повторяется, т. е. голова снаряда описывает круг около траектории, а ось снаряда – коническую поверхность. Линия, около которой происходит это прецессионное движение, называется динамической осью.

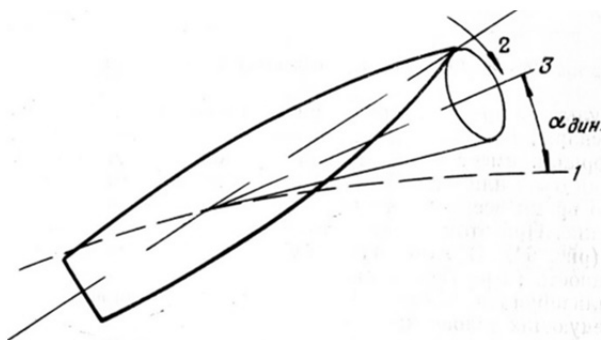


Рис. 10.3. Схема вращательного движения снаряда:

1 – траектория; 2 – направление прецессии; 3 – динамическая ось

В общем случае движение твердого вращающегося тела под действием момента сил включает колебания и отклонения от главной прецессии – эти колебания называются нутацией (рис. 10.4).

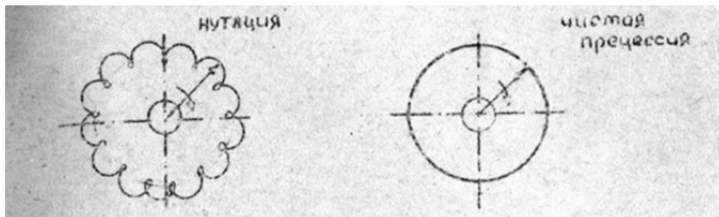


Рис. 10.4. Движение носика снаряда: нутация и прецессия

Угол  $\alpha_{\text{дин}}$  отклонения оси снаряда от траектории называется углом нутации.

Таким образом, снаряд одновременно участвует в трех движениях: прецессии, нутации и собственном вращении.

## 10.7. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ И ПРАВИЛЬНОСТИ ПОЛЕТА СНАРЯДА

Математически условие гироскопической устойчивости (условие сильного гироскопа) записывается так:

$$\sigma = 1 - \frac{\beta}{\Omega^2} > 0,$$

где  $\beta$  – угловое ускорение опрокидывающего (дестабилизирующего) момента силы сопротивления воздуха при единичном угле нутации;  $\Omega$  – угловая скорость прецессионного движения;  $\sigma$  – коэффициент устойчивости.

При  $\sigma < 0$  угол нутации неограниченно растет со временем, следовательно, снаряд неустойчив. Практика показывает, что при малых  $\sigma > 0$  снаряд получает значительные недопустимые отклонения от траектории и имеет недостаточную устойчивость. При  $\sigma$ , близких к единице, снаряд в течение всего полета будет сохранять свое первоначальное положение. В этом случае будет иметь место перестабильзация (рис. 10.5).

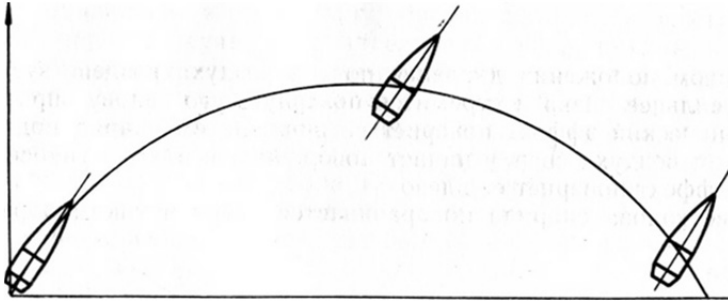


Рис. 10.5. Движение перестабелизованного снаряда

Условие устойчивости, исходя из  $\sigma > 0$ , можно записать в виде

$$\frac{\beta}{\Omega^2} < 1;$$

$$\Omega \approx \frac{C\omega_0}{2A};$$

$$\beta = \frac{M(\alpha=1)}{A} = \frac{d^2 h}{gA} 10^3 H(y) v^2 k_M \left( \frac{v}{a} \right).$$

Здесь  $A$  и  $C$  – значения экваториального и осевого моментов инерции снаряда соответственно.

Варьировать величиной  $\beta$  практически невозможно. Значительно проще при заданном  $\beta$  обеспечить выполнение условия гироскопической устойчивости соответствующим выбором угловой скорости прецессии  $\Omega$  или угловой скорости вращения снаряда  $\omega_0$ .

При дальнейших выкладках учтем, что наихудшая устойчивость у снаряда наблюдается в начальный момент вылета из канала ствола.

При движении по нарезному стволу угловая скорость снаряда в момент вылета равна

$$\omega_0 = \frac{2\pi v_0}{\eta d},$$

где  $\eta$  – длина хода нарезов орудия, клб;  $v_0$  – начальная скорость снаряда;  $d$  – калибр.

Осевой момент инерции снаряда можно выразить следующим образом:

$$C = \mu \frac{q}{g} \frac{d^2}{4},$$

где  $\mu$  – коэффициент осевого момента инерции. Для снарядов коэффициент  $\mu = 0,6$ ; для пуль (и сплошных снарядов)  $\mu = 0,45$ .

Вес снаряда может быть выражен через коэффициент веса

$$C_q = \frac{q}{d^3} \text{ [кгс/дм}^3\text{]}.$$

В начальный момент вылета снаряда  $H(y) = 1$ .

Подставляя значения  $\Omega$  и  $\beta$  в формулу, описывающую условие устойчивости, получим

$$\eta < \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\mu C_q}{\frac{h}{d} \frac{A}{C} k_M \left( \frac{v}{a} \right)}}.$$

Для получения однозначного решения неравенство заменим равенством, вводя в него коэффициент запаса гироскопической устойчивости  $K$ :

$$\eta = K \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\mu C_q}{\frac{h}{d} \frac{A}{C} k_M \left( \frac{v}{a} \right)}}.$$

Это равенство получило название формулы Забудского–Вентцеля. Значение  $K$  конкретно устанавливается при проектировании в зависимости от назначения снаряда. В общем случае для прикидочных расчетов можно принимать  $K = 0,75 \dots 0,95$ .

Функция момента  $k_M \left( \frac{v}{a} \right)$  [кгс/дм<sup>3</sup>] получена Вентцелем в результате обработки данных по опытным стрельбам 76-мм снарядом с длиной корпуса 4,5 клб. Стрельба велась по картонным щитам. Угол

нутации в момент пробития определялся по эллиптичности отверстия. С изменением скорости значения функции изменяются слабо.

$v, \text{ м/с}$	0...200	300	400	600	800	1100
$k_M \cdot 10^3 \text{ [кгс/дм}^3\text{]}$	0,97	1,13	1,39	1,35	1,32	1,30

Плечо опрокидывающего момента находится по зависимости

$$h = Z_0 + Z_1,$$

где  $Z_1$  – расстояние от центра тяжести снаряда до основания оживала;  $Z_0$  – расстояние от центра давления до основания оживала;  $Z_0 = 0,57H - 0,16$  клб для оживальной формы головной части;  $Z_0 = 0,37H - 0,16$  клб для конической формы головной части.

Вторым показателем правильности полета служит угол отклонения динамической оси на криволинейном участке траектории. Поскольку наибольших отклонений снаряда от касательной к траектории следует ожидать в вершине траектории, можно получить следующую формулу:

$$\alpha_{gs} = \frac{\pi g}{2} \frac{\mu C_q v_0 d}{\eta_{оруд} \frac{h}{d} H(y) v_s^3 k_M \left( \frac{v_s}{a} \right)},$$

где  $\alpha_{gs}$  – угол отклонения динамической оси в вершине траектории. Если  $\alpha_{gs} < 6^\circ$ , то полет снаряда оценивается как правильный.

Следует отметить, что оба показателя устойчивости и правильности полета являются противоречивыми, так как для уменьшения  $\alpha_{gs}$  необходимо увеличивать длину хода нарезов орудия, что в свою очередь снижает запас устойчивости и на практике часто приходится подбирать компромиссный вариант.

На практике для большинства артиллерийских систем крутизна нарежки (длина хода нарезов) колеблется в пределах  $\eta = 20 \dots 30$  клб.

## 11. БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ СБОРНИКИ И ТАБЛИЦЫ

### 11.1. ПОНЯТИЕ О ЧИСЛЕННОМ ИНТЕГРИРОВАНИИ

Ранее было показано, что уравнения движения снаряда в воздухе аналитически не интегрируются и все полученные решения основываются на тех или иных упрощениях, снижающих точность расчетов. Такие упрощенные методы оправдывают себя на первом этапе разработки и проектирования снаряда, когда решаются задачи оценки тактических возможностей изделия и ошибка в определении максимальной дальности на 50...100 м незначительна.

Для следующего этапа разработки, когда составляются таблицы стрельбы, трудоемкость метода и расчета и сложность вычислений имеют значительно меньшее значение.

Наиболее широко в артиллерийской практике применяется метод численного интегрирования системы дифференциальных уравнений движения, основанный на использовании конечных разностей. Наименьшие затраты времени дает система дифференциальных уравнений при аргументе  $x$ .

### 11.2. БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

В большинстве практически встречающихся случаев целесообразно использовать заранее составленные таблицы, содержащие основные элементы траекторий.

Параболическая теория показывает, что все основные параметры траектории зависят только от начальной скорости  $v_0$  и угла бросания  $\theta_0$ .

В реальных условиях очень существенно сказывается сопротивление воздуха. Наиболее полно влияние этого сопротивления выражается



в величине баллистического коэффициента  $c$ , характеризующего снаряд и его способность терять поступательную скорость на полете:

$$c = \frac{id^2}{q} 10^3 \frac{\Pi_0}{\Pi_{0N}}.$$

Ускорение силы сопротивления воздуха

$$I = -cH(y)F(v).$$

Здесь второй член зависит от  $\theta_0$  и  $v_0$ , третий член от  $v_0$ . Следовательно,  $v_0$ ,  $\theta_0$  и  $c$  должны однозначно определить все остальные параметры траектории.

Наиболее применимым у нас сборником являются таблицы 1943 г., составленные при соответствующем законе и дающие все элементы траектории ( $v_c$ ,  $\theta_c$ ,  $X$ ,  $Y$  и  $T$ ) в зависимости от  $v_0$ ,  $\theta_0$  и  $c$ . Эти таблицы вполне пригодны для современных артиллерийских снарядов ствольной артиллерии. В приложении приведена таблица дальностей из таблиц 1943 г. при угле бросания  $45^\circ$ .

Поскольку таблицы составлены с определенным шагом, а значения  $v_0$ ,  $\theta_0$  и  $c$  часто не совпадают с табличными, приходится прибегать к интерполяции. Интерполяция чаще всего линейная, при которой полагают, что изменение функции пропорционально приращению аргумента.

Если заданное значение аргумента  $Z = Z_0 + \Delta$  лежит между помещенными в таблице значениями  $Z_0$  и  $Z_1 = Z_0 + h$ , где  $h$  – шаг таблиц, которым соответствуют значения функции

$$X_0 = f(Z_0) \text{ и } X_1 = f(Z_1),$$

то

$$f(Z) = f(Z_0) + \frac{f(Z_1) - f(Z_0)}{h} \Delta.$$

Рассмотрим пример нахождения максимальной дальности стрельбы с использованием таблиц 1943 г.

**Дано:**калибр снаряда  $d = 0,107$  м;вес снаряда  $q = 17,04$  кг;коэффициент формы  $i_{43} = 1,10$ ;начальная скорость  $v_0 = 715$  м/с;

условия стрельбы – нормальные, тогда

$$c = \frac{id^2}{q} 10^3 \frac{\Pi_0}{\Pi_{0N}} = \frac{1,10 \cdot 0,107^2}{17,04} 10^3 \cdot 1 = 0,733 \text{ (м}^2\text{/кгс)}.$$

Поскольку и скорость, и баллистический коэффициент не совпадают с табличными значениями, приходится выполнять двойную интерполяцию. Первую интерполяцию производим по скорости, а вторую – по баллистическому коэффициенту, а результаты сводим в таблицу ( $\theta_0 = 45^\circ$ ).

**Результаты интерполяции**

$c, \text{ м}^2/\text{кгс}$	$v_0, \text{ м/с}$		
	700	715	750
0,70	15 700 м	16 022 м	16 764 м
0,733		15 599 м	
0,75	15 085 м	15 381 м	16 073 м

$$X_1 = 15\,700 + \frac{16\,764 - 15\,700}{50} 15 = 16\,022 \text{ м};$$

$$X_2 = 15\,085 + \frac{16\,073 - 15\,085}{50} 15 = 15\,381 \text{ м};$$

$$X = 16\,022 - \frac{16\,022 - 15\,381}{0,050} 0,033 = 15\,599 \text{ м}.$$

**11.3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ПОПРАВОК**

Теория поправок позволяет получить методы расчета изменения основных параметров траектории при незначительных изменениях исходных данных путем определения поправок и обойтись без вторичного решения основной задачи внешней баллистики при изменившихся исходных данных.

Важность теории поправок следует и из того, что все баллистические сборники и таблицы стрельбы составлены только для нормальных условий и решение задач расчета траекторий в условиях, отличных от нормальных, например при другой температуре или другом атмосферном давлении, находится с помощью поправок.

Основными параметрами в теории поправок называют:  $c$  – баллистический коэффициент,  $v_0$  – начальная скорость,  $\theta_0$  – угол бросания, а через  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  обозначают другие факторы, от которых зависят элементы траекторий и которые не учтены при решении основной задачи внешней баллистики.

Наибольший интерес для практики представляют поправки к полной горизонтальной дальности. Полагая дальность как функцию основных и вспомогательных параметров, имеем

$$X = f(c, v_0, \theta_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n).$$

Рассмотрим малое изменение параметров в частных производных:

$$\delta X = \frac{\partial X}{\partial c} \delta c + \frac{\partial X}{\partial v_0} \delta v_0 + \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \delta \theta_0 + \frac{\partial X}{\partial \alpha_1} \delta \alpha_1 + \dots$$

Частные производные по соответствующему параметру называются поправочными коэффициентами. Определив их (в числе других способов с помощью баллистических таблиц) и зная отклонение условий от нормальных, можно вычислить  $\delta X$ .

**Пример 1.** В случае изменения только начальной скорости имеем

$$\delta X = \frac{\partial X}{\partial v_0} \delta v_0,$$

и при изменении  $\delta v_0 = 1$  м/с изменение дальности равно баллистическому коэффициенту.

Из примера, рассмотренного в этом разделе, имеем:

$$X_1(c = 0,70; \theta_0 = 45^\circ; v_0 = 700 \text{ м/с}) = 15\,700 \text{ м};$$

$$X_2(c = 0,70; \theta_0 = 45^\circ; v_0 = 750 \text{ м/с}) = 16\,764 \text{ м};$$

$$\frac{\partial X}{\partial v_0} = \frac{\Delta X}{\Delta v_0} = \frac{X_2 - X_1}{\Delta v_0} = \frac{16\,764 - 15\,700}{50} = 21,3 \text{ м/(м/с)},$$

т. е. при изменении скорости в данных условиях на 1 м/с дальность изменяется на 21,3 м.

**Пример 2.** Найти поправочный коэффициент при изменении веса снаряда на  $\delta q$  ( $q$  – не основной параметр, и его нужно выразить через  $c$ ):

$$c = \frac{id^2}{q} 10^3.$$

Логарифмируем по натуральному логарифму:

$$\ln c = \ln i + 2 \ln d + \ln 10^3 - \ln q.$$

Дифференцируем:

$$\frac{\partial c}{c} = -\frac{\partial q}{q}$$

и переходим к малым приращениям:

$$\delta c = -\frac{\delta q}{q} c.$$

Следует учесть, что от изменения веса изменяется начальная скорость снаряда. Из внутренней баллистики известно:

$$\frac{\delta v_0}{v_0} = -0,4 \frac{\delta q}{q} \quad (\text{для данного снаряда})$$

и

$$\delta X = \left| \frac{\partial X}{\partial c} \right| \delta c + \left| \frac{\partial X}{\partial v_0} \right| \delta v_0.$$

Первый поправочный коэффициент отрицательный, так как при увеличении  $c$  дальность падает, а поправочный коэффициент при  $v_0$  положительный, поскольку при увеличении  $v_0$  дальность растет. Окончательно с учетом знаков получаем

$$\delta X = \left| \frac{\partial X}{\partial c} \right| \frac{\delta q}{q} c - 0,4 \frac{\partial X}{\partial v_0} \frac{\delta q}{q} v_0.$$

Малые изменения веса слабо влияют на дальность из-за наличия положительной и отрицательной поправок

Зависимости влияния ветра на полет снарядов приведены в начале курса.

### **Изменение дальности**

$$\Delta X = W_x \left( T - \cos \theta_0 \frac{\partial X}{\partial v_0} + \frac{\sin \theta_0}{v_0} \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \right),$$

где  $W_x$  – продольный ветер;  $T$  – полное полетное время;  $\theta_0$  – угол бросания;  $v_0$  – начальная скорость снаряда.

Продольный попутный ветер увеличивает дальность, а встречный – уменьшает.

### **Снос по ветру (боковой)**

$$Z = W_Z \left( T - \frac{X}{v_0 \cos \theta_0} \right),$$

где  $Z$  – боковое отклонение снаряда из плоскости бросания;  $W_Z$  – боковой ветер.

Вращение отечественных снарядов происходит слева вверх направо. В соответствии с этим динамическая ось смещена вправо от плоскости бросания, что дает отклонение снарядов в эту же сторону. Это отклонение снарядов вправо от линии бросания называется деривацией. Эмпирическая зависимость для деривации имеет следующий вид:

$$Z = k_{z1} \frac{X \operatorname{tg} \theta_0}{\eta},$$

где  $k_{z1}$  – коэффициент (находится опытным путем по результатам отстрелов).

## 12. БАЛЛИСТИКА МИН, АВИАБОМБ И РЕАКТИВНЫХ СНАРЯДОВ

### 12.1. ОСОБЕННОСТИ БАЛЛИСТИКИ МИН И РАСЧЕТ ИХ ТРАЕКТОРИЙ

Характерными особенностями стрельбы из минометов являются: малые начальные скорости полета мин ( $v_0$  до 200...250 м/с, а на уменьшенных зарядах до 40...50 м/с); навесные траектории стрельбы ( $\theta_0 = 45...75^\circ$ , а для горных минометов до  $85^\circ$ ).

В связи с относительно большими зазорами между миной и стволом мина движется по стволу с большими колебаниями корпуса относительно центра тяжести, которые из-за не очень мощной стабилизации (ее приходится размещать в пределах калибра) не прекращаются на полете. Кроме того, стабилизирующий момент пропорционален величине  $\frac{\rho v^2}{2}$ , которая из-за малых скоростей невелика. Все это делает малопригодными обычные методы расчета.

Метод Романова основан на принятии функции скорости  $G(v)$  в выражении для силы сопротивления воздуха средней постоянной величиной для всей траектории (с учетом малых скоростей, а значит, и относительной малости самих сил).

Для решения задачи используется первая система уравнений (см. раздел 11).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = u; \\ \frac{dy}{dt} = w; \\ \frac{d^2x}{dt^2} = -cH(y)G(v)u; \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -cH(y)G(v)w - g; \\ v = \sqrt{u^2 + w^2}. \end{array} \right.$$

Начальные условия:  $t_0 = 0; y_0 = 0; x_0 = 0; \theta_{\text{нач}} = \theta_0; u_0 = v_0 \cos \theta_0;$   
 $w_0 = v_0 \sin \theta_0.$

Главной величиной, характеризующей и мину, и траекторию, является коэффициент  $b$ :

$$b = cH(y_{\text{cp}})G(v_{\text{cp}}).$$

Коэффициент  $b$  можно выразить и через коэффициент лобового сопротивления  $c_x$ :

$$b = 0,48 \frac{c_x d^2}{q} H(y_{\text{cp}}) v_{\text{cp}}.$$

Средние величины высоты и скорости полета определяются по зависимостям параболической теории:

$$y_{\text{cp}} = \frac{2}{3} y = \frac{2}{3} \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{3g};$$

$$v_{\text{cp}} = \frac{v_0 + v_g}{2};$$

$$v_s = u_0 = v_0 \cos \theta_0;$$

$$v_{\text{cp}} = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 \cos \theta_0);$$

$$v_{\text{cp}} = v_0 \frac{1 + \cos \theta_0}{2}.$$

Уравнение первой системы

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -cH(y)G(v)u$$

при подстановке  $b$  и  $u$  упрощается, и мы имеем

$$\frac{du}{dt} = -bu.$$

Разделяя переменные, получаем

$$\frac{du}{u} = -bdt.$$

Интегрируя левую и правую части и подставляя пределы интегрирования, получаем

$$\ln \frac{u}{u_0} = -bt.$$

Окончательно имеем

$$u = u_0 e^{-bt}.$$

Для вертикальной составляющей скорости, проведя аналогичные преобразования, имеем выражение

$$w = \frac{1}{b}(bw_0 + g)e^{-bt} - \frac{g}{b}.$$



Для горизонтальной координаты

$$x = \frac{u_0}{b}(1 - e^{-bt}).$$

Для вертикальной координаты

$$y = \frac{1}{b^2}(bw_0 + g)(1 - e^{-bt}) - \frac{g}{b}t.$$

По этим зависимостям можно найти элементы траектории для любого момента времени.

## 12.2. БАЛЛИСТИКА АВИАЦИОННЫХ БОМБ

Для авиабомб свободного падения характерно наличие колебаний в полете (причины этого – не очень мощное оперение и начальные возмущения при входе в поток). Следствием этого будет нецелесообразность применения точной теории на первом этапе проектирования.

Существуют два способа бомбометания.

*Пикирование*, когда самолет идет к цели под некоторым углом к горизонту (рис. 12.1). Этот способ дает наилучшую точность бомбометания. Скорости самолета при пикировании всегда ограничены величиной максимальной перегрузки и условиями выхода самолета из пике. Бомбы в этом случае сбрасываются с небольшой высоты, и их максимальные скорости полета не сильно отличаются от скорости пикирующего самолета.

*Бомбометание с горизонтального полета*. Здесь скорости полета также ограничены, поскольку увеличение скорости самолета и высоты сбрасывания авиабомбы, дающие высокие скорости полета, снижают точность бомбометания и применяются редко. Поэтому скорости более 300 м/с встречаются редко, и закон сопротивления воздуха можно принимать квадратичным.

Колебательным движением пренебрегают, полагая, что сила сопротивления воздуха действует по касательной к траектории. Ось  $Y$  направляется вниз, в направлении движения авиабомбы.

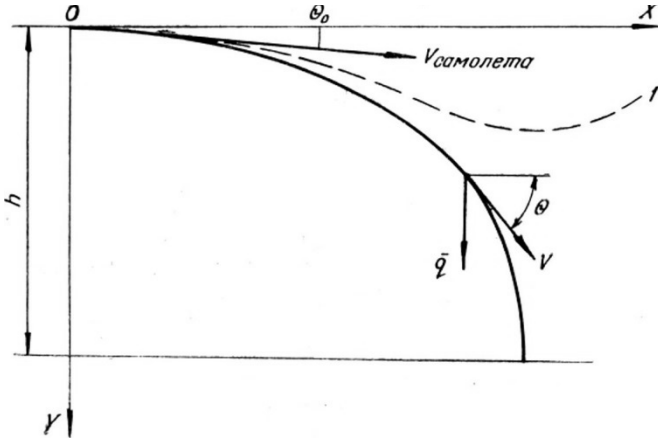


Рис. 12.1. Траектория авиационной бомбы:  
 $O$  – точка сбрасывания бомбы;  $l$  – траектория самолета по выходу из пике

В баллистический коэффициент для авиабомб  $c_{AB}$  включается коэффициент при  $v$  в функции  $F(v)$ . Например,  $F(v) = 1,24 \cdot 10^{-4} v^2$  (закон Сиаччи для сверхзвуковых скоростей) и

$$c_{AB} = \frac{i_s d^2}{q} 10^3 \cdot 1,24 \cdot 10^{-4} = 0,124 \frac{i_s d^2}{q},$$

или через  $c_x$

$$c_{AB} = 0,48 c_x \frac{d^2}{q}.$$

Одним из баллистических показателей для авиабомб является характеристическое время – время, за которое авиабомба, сброшенная с высоты 2000 м, достигнет земли. Оно колеблется в пределах 20...28 с.

Уравнения движения авиабомбы записывают в следующем виде:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -R \cos \theta;$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -R \sin \theta + q;$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cos \theta = u;$$

$$\frac{dy}{dt} = v \sin \theta = w = u \operatorname{tg} \theta.$$

Основным является первое уравнение системы. Преобразовываем его с учетом зависимостей для силы сопротивления воздуха:

$$R = mcH(h - y)F(v);$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{du}{dt} = -c_{\text{АБ}}H(h - y)v^2 \cos \theta;$$

$$\frac{du}{dt} = -c_{\text{АБ}}H(h - y)uv.$$

Учитывая

$$v = \sqrt{u^2 + (pu)^2} = up \sqrt{1 + \frac{1}{p^2}},$$

имеем

$$\frac{du}{dt} = -c_{\text{АБ}}H(h - y)u^2 p \sqrt{1 + \frac{1}{p^2}}.$$

Далее переходим к новой переменной  $y$ :

$$\frac{du}{dt} = \frac{du}{dt} \frac{dy}{dy} = \frac{du}{dy} \frac{dy}{dt},$$

$$\frac{dy}{dt} = pu$$

или окончательно

$$\frac{du}{dy} = -c_{AB} H(h-y) u \sqrt{1 + \frac{1}{p^2}}.$$

### 12.3. БАЛЛИСТИКА НЕУПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

1. Полевые ракеты – самый распространенный тип изделий. Стрельба ведется под углом  $10 \dots 60^\circ$  с наземной установки по наземным целям (рис. 12.2). Траектория разделяется на три основных участка:  $OA$  – активный участок работы реактивного двигателя;  $AB$  – пассивный участок, составляющий до 90 % и более всей длины траектории;  $BC$  – участок планирования.

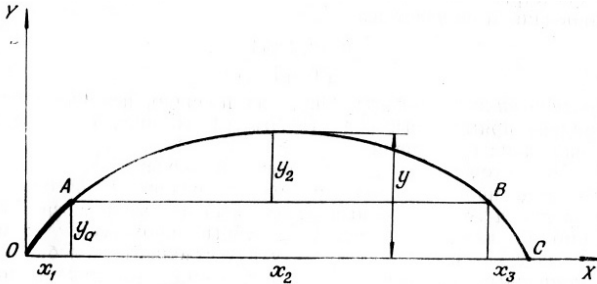


Рис. 12.2. Траектория полевой ракеты

Параметры всей траектории определяются соответствующим суммированием по участкам:

$$y = y_a + y_2;$$

$$x = x_1 + x_2 + x_3.$$

2. Противотанковые ракеты. Они, как правило, используются на дистанциях прямого выстрела ( $y < h$  цели). На рис. 12.3 показаны два типа таких траекторий:

I – горение заряда начинается в стволе;

II – противотанковая ракета выстреливается из безоткатного орудия и ее собственный реактивный двигатель посредством замедлителя включается через некоторый промежуток времени после вылета из ствола, когда затухнут ствольные колебания.

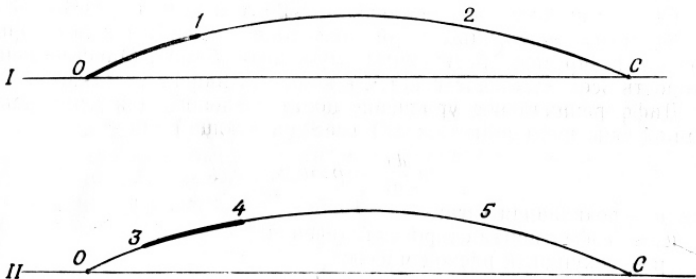


Рис. 12.3. Траектория противотанковых ракет

1 – активный участок; 2 – пассивный участок; 3 – орудийный участок;  
4 – активный участок; 5 – пассивный участок

### 3. Авиационные ракеты класса «воздух–земля» (рис. 12.4).

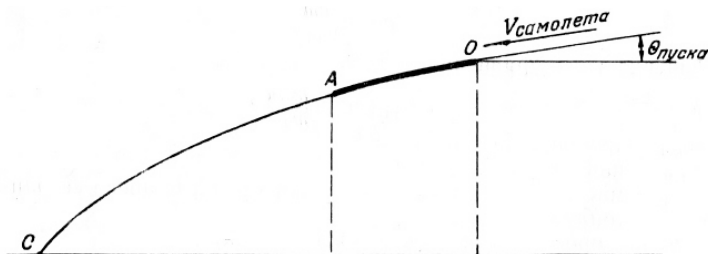


Рис. 12.4. Траектория авиационной ракеты

По условиям пуска авиационных ракет необходимо обеспечить необходимую точность попадания; обеспечить выход самолета из пике и безопасность его от осколков собственных снарядов.

Обычно высоты составляют 500...1500 м, а углы пуска 15...35°.

Кроме перечисленных типов траекторий известны и некоторые другие (например, реактивных глубинных бомб). Максимальная скорость всех ракет обычно достигается в конце активного участка.

Дифференциальное уравнение поступательного движения ракеты под действием силы тяги без учета силы сопротивления воздуха и силы тяжести имеет следующий вид:

$$m \frac{dv}{dt} = F = u_e \mu,$$

где  $F$  – реактивная сила;  $u_e$  – эффективная скорость истечения;  $\mu$  – секундный расход массы,

$$\mu = -\frac{dm}{dt},$$

откуда, умножая

$$m \frac{dv}{dt} = -u_e \frac{dm}{dt}$$

на  $dt$ , имеем

$$dv = -u_e \frac{dm}{m}.$$

Решение этого уравнения:

$$v_a = v_{\text{нач}} + u_e \ln \frac{m_{\text{нач}}}{m_{\text{пасс}}},$$

где  $v_{\text{нач}}$  – начальная скорость;  $m_{\text{нач}}$  – начальная масса ракеты;  $m_{\text{пасс}}$  – масса ракеты в конце пассивного участка;  $v_a$  – скорость ракеты в конце активного участка.

Эта зависимость для максимальной скорости ракеты носит название формулы Циолковского. Расчет траекторий ракет сложнее, нежели расчет траекторий снарядов, так как на активном участке дополнительно действует реактивная сила и масса ракеты непрерывно меняется.

## 13. РАССЕЙВАНИЕ СНАРЯДОВ ПРИ СТРЕЛЬБЕ

### 13.1. ЗАКОН РАССЕЙВАНИЯ

При любом виде стрельбы (как неуправляемыми, так и управляемыми снарядами) всегда наблюдается так называемое рассеивание. Основные причины рассеивания снарядов при стрельбе: неточное определение координат цели; погрешность прицеливания; влияние метеорологических факторов (ветер, изменение атмосферного давления, влажности); колебания пусковой установки; наличие производственных отклонений при изготовлении боеприпасов.

Все ошибки, влияющие на отклонение снаряда от цели, можно разделить на систематические и случайные. Систематические ошибки от выстрела к выстрелу не изменяются, их можно измерять и учитывать в дальнейшем (например, отклонение точки прицеливания от центра рассеивания снарядов, влияние пониженного атмосферного давления при стрельбе на высоте, отличной от уровня моря). Случайные ошибки учесть невозможно, поскольку они изменяются от выстрела к выстрелу. В результате совместного влияния всех ошибок стрельбы фактическая траектория снаряда никогда не совпадает с расчетной, а точка попадания (или разрыва) снаряда неизбежно отклоняется от расчетной точки, в которую был направлен снаряд. Это явление и называется «рассеиванием».

Закон распределения случайных величин, характеризующих точку попадания (или разрыва) боеприпасов, называется законом рассеивания. Для ударных боеприпасов или дистанционных с плоским рассеиванием этот закон представляется в виде закона распределения двух координат  $(x, y)$  точки попадания.

Обычно закон рассеивания задается величиной плотности вероятности  $\varphi(x, y)$ . Величина  $\varphi(x, y)dxdy$  есть вероятность попадания в площадку с размерами  $dxdy$ , примыкающую к точке с координатами  $(x, y)$  (рис. 13.1).

Аналогично для боеприпасов с объемным рассеиванием закон рассеивания – это закон распределения трех координат точки разрыва  $(x, y, z)$ , и характеризуется он плотностью  $\varphi(x, y, z)$ , причем величина  $\varphi(x, y, z)dxdydz$  есть вероятность разрыва снаряда в элементарном объеме  $dxdydz$ , примыкающем к точке  $(x, y, z)$ .

Рассмотрим случай плоского рассеивания, как более простой. Пусть производится стрельба ударными снарядами или дистанционными с плоским рассеиванием. Выберем, прежде всего, плоскость, на которой будем рассматривать рассеивание точек попадания. Эту плоскость принято называть картинной плоскостью или плоскостью рассеивания (рис. 13.2). При стрельбе по наземным или морским целям дистанционными боеприпасами это, как правило, поверхность земли или моря. При поражении наземных или морских целей ударными боеприпасами обычно рассматривают рассеивание боеприпасов в вертикальной плоскости. При стрельбе по воздушным целям картинная плоскость чаще всего проводится через точку встречи перпендикулярно вектору относительной скорости встречи боеприпаса с целью.

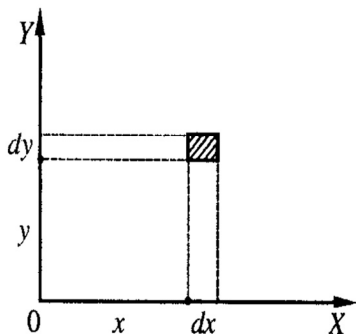


Рис. 13.1. Площадка с размерами  $dxdy$ , примыкающая к точке с координатами  $(x, y)$

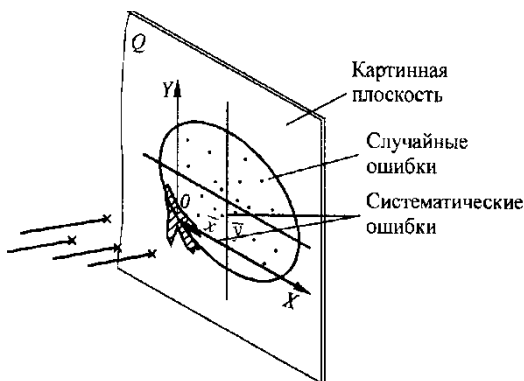


Рис. 13.2. Построение системы координат в картинной плоскости



Когда картинная плоскость  $Q$  зафиксирована, на ней выбирается прямоугольная система координат  $xOy$ . На рис. 13.2 показаны картинная плоскость и система координат для случая стрельбы по воздушной цели.

Обычно при стрельбе дистанционными снарядами по морским или наземным целям ось  $x$  хотя бы приблизительно совпадает с направлением стрельбы и рассеивание вдоль оси  $x$  характеризует рассеивание по дальности, ось  $y$ , таким образом, характеризует рассеивание по боку.

В качестве закона рассеивания при всех видах стрельбы и бомбометания применяется, как правило, нормальный закон. Это связано с тем, что ошибка стрельбы по каждой из осей может быть представлена как сумма большого числа элементарных ошибок, вызванных действием различных причин. Если одна из координатных осей (как правило,  $Ox$ ) хотя бы приблизительно совпадает с направлением стрельбы, то такие оси называются главными. В этом случае закон рассеивания примет наиболее простой вид:

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sigma_y^2}\right]},$$

где  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  – координаты центра рассеивания. Они характеризуют систематическую ошибку стрельбы. Если систематическая ошибка отсутствует, то эти величины равны нулю;  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  – средние квадратичные отклонения по осям  $Ox$ ,  $Oy$  соответственно.

В практике оценки эффективности обычно используют не величины  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , а так называемые вероятные (срединные) отклонения по осям  $Ox$ ,  $Oy$ , которые обозначаются соответственно  $E_x$  и  $E_y$ .

$$E_x = \rho\sqrt{2}\sigma_x, \quad E_y = \rho\sqrt{2}\sigma_y, \quad \rho \approx 0,477.$$

Вероятные отклонения удобны тем, что они являются главными полуосями эллипса рассеивания, внутри которого ложится ровно половина всех попаданий. Закон рассеивания в этом случае приобретает следующий вид:

$$\varphi(x, y) = \frac{\rho^2}{\pi E_x E_y} e^{-\rho^2\left[\frac{(x-\bar{x})^2}{E_x^2} + \frac{(y-\bar{y})^2}{E_y^2}\right]}.$$

Обычно считают, что ошибки по дальности ( $E_x$ ) не зависят от ошибок по направлению (по боку) ( $E_y$ ). Поэтому эти величины можно рассматривать независимо друг от друга.

### 13.2. СХЕМА ДВУХ ГРУПП ОШИБОК

Случайная ошибка выстрела состоит из нескольких слагаемых случайных ошибок: ошибки определения координат цели, поправки на метеорологические и баллистические факторы, технического рассеивания, вызванного различиями в весе и форме снарядов, и т. д. При одном выстреле каждое слагаемое суммарной ошибки выстрела повторяется только один раз и поэтому в таком случае говорят, что имеет место одна группа ошибок. При нескольких выстрелах по одной цели некоторые составляющие общей ошибки выстрелов, вызванные общими источниками, повторяются, другие составляющие общей ошибки, вызванные разными источниками, не повторяются. Например, при стрельбе по ненаблюдаемой цели из одного орудия с одной установкой прицела для всех выстрелов будет повторяться ошибка определения координат цели и не будет повторяться ошибка, вызванная отклонениями формы и веса снарядов. Особо отметим, что в данном случае ошибка определения координат цели хотя и повторяется от выстрела к выстрелу, но она случайная, а не систематическая.

Ошибки выстрелов, имеющие хотя бы один общий источник и содержащие хотя бы одно общее слагаемое, называют зависимыми. Имея в виду стрельбу в таких условиях, говорят о зависимых выстрелах. В реальных условиях выстрелы всегда зависимые и поэтому приходится рассматривать сложную систему ошибок, состоящую, по меньшей мере, из двух групп ошибок.

Если вернуться к случаю стрельбы из одного орудия по ненаблюдаемой цели, то можно рассматривать две группы случайных ошибок: ошибки подготовки данных ( $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$ ) – групповая ошибка, и технического рассеивания ( $B_d$ ,  $B_b$ ) – индивидуальная ошибка. Тогда полная срединная ошибка выстрела по дальности

$$E_x = \sqrt{E_{x0}^2 + B_d^2},$$

по боку

$$E_y = \sqrt{E_{y0}^2 + B_0^2}.$$

Групповая ошибка отклоняет от цели весь залп как единое целое (рис. 13.3). Индивидуальные ошибки создают рассеивание внутри залпа.

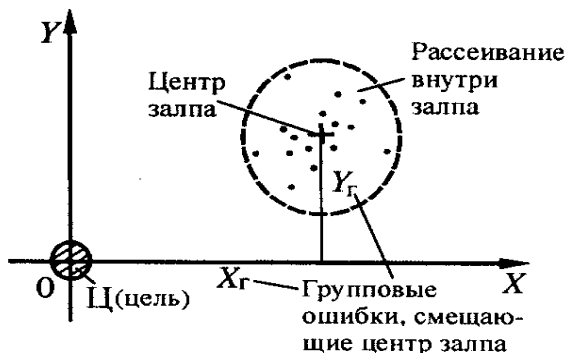


Рис. 13.3. Влияние групповой и индивидуальной ошибки стрельбы

Степень зависимости между выстрелами может быть охарактеризована коэффициентом корреляции координат точек попадания. При схеме двух групп ошибок коэффициент корреляции для каждой пары выстрелов равен:

$$\mu^{(x)} = \frac{E_{x0}^2}{E_{x0}^2 + B_d^2},$$

$$\mu^{(y)} = \frac{E_{y0}^2}{E_{y0}^2 + B_0^2}.$$

На практике чаще всего эти два коэффициента не очень сильно различаются и их усредняют по формуле

$$\mu = \sqrt{\mu^{(x)} \mu^{(y)}}.$$

Теоретически возможны два предельных случая зависимости между ошибками выстрелов: первый – когда нет ни одного общего источника ошибок, т. е. нет ни одного повторяющегося слагаемого ( $\mu = 0$ ); второй – когда все источники ошибок общие, т. е. все слагаемые повторяются столько раз, сколько произведено выстрелов ( $\mu = 1$ ). В первом случае выстрелы будут независимыми, во втором случае – функционально зависимыми. При сосредоточенной стрельбе и независимых выстрелах боеприпасы попадают в разные точки, случайно удаленные от центра прицеливания, а при функционально зависимых выстрелах все боеприпасы попадают в одну и ту же точку, случайно удаленную от точки прицеливания.

Общепринятыми критериями оценки кучности стрельбы служат безразмерные параметры

$$\frac{B_{\text{д}}}{X} \quad \text{и} \quad \frac{B_{\text{б}}}{X},$$

называемые кучностью боя соответственно по дальности и по боку.

При стрельбе на максимальную дистанцию типичные значения кучности боя:

- для артиллерийских снарядов

$$\frac{B_{\text{б}}}{X} = \frac{1}{1000} \dots \frac{1}{3200} \quad \text{и} \quad \frac{B_{\text{д}}}{X} = \frac{1}{150} \dots \frac{1}{450},$$

- для реактивных снарядов

$$\frac{B_{\text{б}}}{X} = \frac{1}{60} \dots \frac{1}{250} \quad \text{и} \quad \frac{B_{\text{д}}}{X} = \frac{1}{40} \dots \frac{1}{150},$$

т. е. реактивные снаряды значительно уступают артиллерийским по кучности боя.

Мины по кучности боя занимают промежуточное значение между артиллерийскими и реактивными снарядами.

Для отдельных видов испытаний, проводимых по вертикальному шуту, используется понятие  $B_{\text{в}}$  – вероятного отклонения по высоте. Эта характеристика применяется для оценки рассеивания кумулятивных и бронебойных снарядов, а также противотанковых и авиационных ракет, испытываемых стрельбой в наземных условиях. Иногда для оценки используется параметр  $B_{\text{кр}}$  – вероятное круговое отклонение.

Часто при стрельбе на заданную дистанцию (по щиту) кучность в чертеже задают не относительной, а абсолютной величиной. Например,  $B_6$  не более 1 м на дистанции 1000 м.

Для характеристики стрельбы неуправляемыми ракетами оперативно-тактического назначения применяется критерий – точность стрельбы. Пуск таких ракет осуществляется одиночными выстрелами. За критерий здесь принимается вероятное отклонение точки попадания ракеты от расчетной точки (по-существу, цели), т. е. основным показателем является вероятный промах. Понятно, что он зависит от кучности ракеты и ошибок в определении исходных данных.

### 13.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ОТСТРЕЛОВ

После стрельбы производится замер координат каждой из точек падения снарядов контрольной группы (рис. 13.4). Определяется средняя точка попадания

$$z_c = \frac{\sum z_i}{n}; \quad x_c = \frac{\sum x_i}{n},$$

где  $n$  – число выстрелов в контрольной группе. Далее по зависимостям теории вероятностей вычисляются соответствующие вероятные отклонения с учетом уже найденной средней точки попадания:

$$B_d = 0,6745 \sqrt{\frac{\sum (x_c - x_i)^2}{n-1}};$$

$$B_6 = 0,6745 \sqrt{\frac{\sum (z_c - z_i)^2}{n-1}}.$$

Аналогичная схема и формулы расчета используются для определения рассеивания по высоте:

$$B_B = 0,6745 \sqrt{\frac{\sum (y_c - y_i)^2}{n-1}}.$$

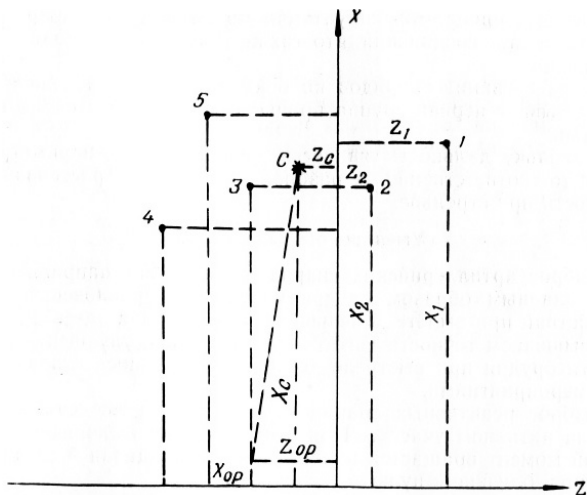


Рис. 13.4. Схема расчета кучности по результатам стрельбы

Опытная дальность находится с учетом положения орудия:

$$x_{\text{оп}} = \sqrt{(x_c - x_{\text{оп}})^2 + (z_c - z_{\text{оп}})^2} .$$

При этом, если один снаряд значительно отклонился от других в данной группе, то он исключается из расчета как аномальный, не характеризующий данную партию изделий.

Для принятия одного выстрела аномальным существуют различные критерии, но в основе их лежит малая (менее 1 %) вероятность такого выстрела. Инструкция № 01568 Министерства обороны требует, чтобы отклонение такого снаряда было не менее 5 табличных (чертежных) вероятных отклонений.

### 13.4. ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ РАССЕЙВАНИЕ

1. *Воздействия при вылете.* При вылете из ствола или при сходе с пусковой установки снаряд или неуправляемая ракета получает ряд толчков вследствие:

- движения по стволу с неизбежными зазорами, а значит, и колебаниями;

- колебаний установки или ствола;
- изменения реакции стенок ствола при вылете снаряда;
- последствий пороховых газов.

2. *Воздействие на траектории.* Оно сказывается в форме аэродинамического сопротивления. Если геометрическая ось и ось массы не совпадают между собой, то появляются боковые составляющие аэродинамической силы, вызывающие отклонение изделия. Весьма сильное влияние оказывает ветер, порывистость его. На реактивные снаряды сильное влияние оказывает возмущающее действие за счет несимметрии реактивной силы на активном участке траектории.

3. *Причины, связанные непосредственно со снарядом.* Наличие в снаряде отступлений от чертежных требований и размеров или в пределах чертежа, но с существенным отличием от других снарядов приводит к изменению условий его движения в стволе или на траектории и в конечном счете к рассеиванию.

Снаряд в процессе эксплуатации может получить повреждения, что также может дать дополнительное рассеивание.

На рассеивание снарядов по боку или высоте основное влияние оказывает первая группа причин и в меньшей степени вторая и третья.

Поскольку дальность является функцией трех параметров  $v_0$ ,  $\theta_0$  и  $c$ , то соответственно их разброс приводит к рассеиванию по дальности при стрельбе.

### 13.5. УМЕНЬШЕНИЕ РАССЕЙВАНИЯ

Разброс артиллерийских снарядов в боковом направлении зависит главным образом от динамической неуравновешенности и воздействий при вылете. Уменьшение рассеивания здесь достигается повышением точности изготовления снаряда, улучшением устойчивости орудия при выстреле, ограничением износа ствола и другими мероприятиями.

Разброс реактивных снарядов уменьшается введением проворота на активном участке. При этом боковой отклоняющий реактивный момент вращается вместе с изделием, давая в среднем отклонения, близкие к нулю.

Другие пути улучшения кучности неуправляемых ракет состоят в увеличении стабилизирующего момента путем повышения мощности оперения либо длины направляющей, что дает большую скорость схода и большой начальный стабилизирующий момент, препятствующий

отклонениям снаряда. Однако при этом пусковые установки и реактивные снаряды делаются малоподвижными и нетранспортабельными; такие пути улучшения кучности малопригодны.

Для уменьшения рассеивания по дальности принимаются следующие меры.

1. Ограничивается разброс дульных скоростей от выстрела к выстрелу за счет ужесточения допусков на вес и характеристики зарядов.

Уменьшение углового разброса достигается описанными мерами. Кроме этого, при углах возвышения, близких к  $45^\circ$ , угловой разброс незначительно влияет на дальность, поэтому стрельбу на ближние дистанции стремятся вести под углом около  $45^\circ$ , достигая этого уменьшением заряда или применением на изделиях специальных тормозных колец и щитов.

2. Разброс баллистических коэффициентов  $c = \frac{id^2}{q} 10^3$  уменьшают

ужесточением весовых и линейных допусков. Важно обеспечивать максимальное однообразие изделий по профилю и состоянию наружных поверхностей. Например, для 130-мм пушки дальность стрельбы окрашенным снарядом составляет 28,5 км, а неокрашенным, имеющим более шероховатую поверхность, – 27,3 км.

### **13.6. АНАЛИЗ НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ ПО КУЧНОСТИ**

Анализ причин неудовлетворительных результатов испытаний по кучности состоит в поэтапном рассмотрении имеющихся данных.

1. Соответствие изготовленной партии требованиям чертежа. Здесь могут быть проведены повторные проверки наиболее важных размеров у всех или определенного процента изделий.

2. Соответствие всех условий испытаний требованиям, предъявляемым ТУ и чертежом по метеоусловиям, времени проведения испытания, обеспечению полного единообразия температурных режимов выдержки изделий.

3. Правильность сборки и пригодность всех комплектующих элементов.

4. Исправность, степень износа, устойчивость при выстреле и отсутствие сбиваемости наводки орудия или пусковой установки.



Кучность является функцией многих случайных величин, и законы ее изменения подчиняются кривой Гаусса (рис. 13.5).

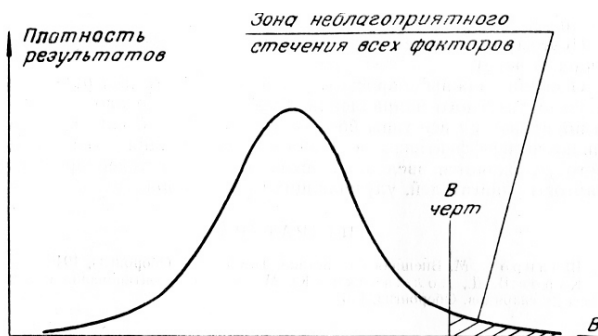


Рис. 13.5. Вероятностная характеристика результатов испытаний на кучность

На графике показано распределение результатов испытаний ряда контрольных групп одной партии. При случайном неблагоприятном совпадении всех факторов контрольная группа может дать неудовлетворительный результат, хотя в целом изготовленная партия удовлетворяет требованиям чертежа кучностью, что и подтверждается положительными результатами повторных испытаний. ТУ для ряда изделий предусматривается проведение повторных испытаний в увеличенном количестве при неудовлетворительных результатах первичных испытаний.

## **14. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО СНАРЯДА**

### **14.1. УПРАВЛЯЮЩИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ**

Управляемые снаряды позволяют существенно повысить вероятность попадания в неподвижную цель и успешно проводить стрельбы (пуски) по подвижным целям и с подвижных носителей. Управляемые снаряды, совершающие полет в воздухе, как правило, реактивные и крылатые. К таким снарядам относятся противотанковые управляемые ракеты (ПТУР), зенитные управляемые ракеты (ЗУР) и другие.

Под управлением полетом снаряда понимают изменение величины и направления вектора скорости его центра масс для обеспечения оптимальных условий достижения цели и встречи с ней. Одновременно решается задача стабилизации снаряда при воздействии на него случайных возмущений. Управление полетом осуществляется системой управления, приборы которой располагаются или только на борту снаряда (автономное управление), или частично на борту, а частично на пункте управления на Земле (командное управление).

Для управления полетом снаряд снабжается рулями, которые отклоняются от нейтрального положения на некоторый угол с помощью привода рулей – исполнительного устройства системы управления. Рули по принципу действия могут быть аэродинамическими и газодинамическими, причем первые используются только при движении снаряда в плотных слоях атмосферы, а вторые – и в космическом пространстве. С помощью рулей создаются управляющие силы и моменты.

Управляемые снаряды обладают дополнительным качеством – управляемостью, под которой понимают способность снаряда отзываться на действие органов управления соответствующими изменениями параметров его движения (угла атаки и др.). Управляемость зависит, во-первых, от эффективности органов управления, которая

определяется приращением управляющего момента при отклонении органа управления от его нейтрального положения, а во-вторых, от статической устойчивости снаряда. Очевидно, чем больше коэффициент статической устойчивости  $m_Z^\alpha$  или коэффициент запаса устойчивости  $\xi_{уст}$ , тем хуже снаряд отзывается на отклонение органов управления и тем хуже его управляемость. Чем больше коэффициент управляемости  $m_Z^{\delta p}$ , тем лучше при прочих равных условиях управляемость снаряда.

## 14.2. НАВЕДЕНИЕ СНАРЯДА НА ЦЕЛЬ

Если цель перемещается (маневрирует), то для попадания в нее необходимо связать движение снаряда с движением цели. Такой метод управления называется наведением снаряда на цель. Для этого используются или системы телеуправления, или системы самонаведения, осуществляющие слежение за движением как снаряда, так и цели, в результате чего определяется их взаимное расположение в пространстве. В системах телеуправления слежение за снарядом и целью осуществляется с Земли и управляющие сигналы в виде команд передаются на снаряд с Земли. В общем случае линии визирования снаряда и цели не совпадают. Если же они будут совпадать, т. е. при сближении с целью снаряд будет находиться на одной прямой с целью и станцией наведения, такой метод наведения будет называться методом совмещения или методом наведения по трехточечной кривой.

В системах самонаведения определение элементов движения снаряда, слежение за целью и формирование управляющих сигналов осуществляются на борту снаряда. Методы самонаведения различаются по параметрам, на которые накладываются ограничения:

- 1) на положение продольной оси снаряда относительно линии визирования «снаряд–цель»;
- 2) на положение вектора скорости центра масс снаряда относительно линии визирования;
- 3) на положение самой линии визирования в пространстве.

Траектория движения управляемого снаряда представляет собой сложную пространственную кривую, состоящую из трех участков (рис. 14.1): стартового участка I, участка вывода на опорную траекторию II, участка наведения III. На участке I обычно работает стартовый

реактивный двигатель, а полет снаряда неуправляемый или по заданной программе. Конечной целью является достижение заданной точки и заданных параметров движения, например маршевой скорости. На участке II происходят переходные процессы управления (снаряд захватывается лучом), наведения и достижения параметров опорной траектории наведения. Участок III является основным; на нем достигаются сближение и встреча снаряда с целью.

Траектория на участках I и II рассчитывается с помощью обычной системы дифференциальных уравнений движения снаряда (с учетом управления). Вид траектории на участке III зависит от выбранного метода наведения, который определяет кинематику движения снаряда относительно цели, поэтому траектория наведения на участке III называется кинематической. На рис. 14.2 показана в горизонтальной плоскости траектория наведения управляемого снаряда по методу совмещения.

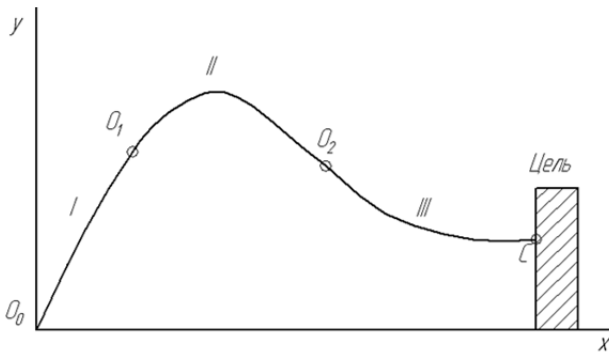


Рис. 14.1. Траектория управляемого снаряда

Возможность снаряда сохранять намеченную траекторию определяется его маневренностью и допускаемыми (располагаемыми) перегрузками. Под перегрузкой или коэффициентом перегрузки  $\bar{n}$  понимают отношение главного вектора  $\vec{R}$  сил, действующих на снаряд (кроме гравитационных и инерционных сил), к модулю силы тяжести  $mg$ :

$$\bar{n} = \frac{\vec{R}}{mg} = \frac{\vec{R}_A + \vec{P}}{mg}.$$

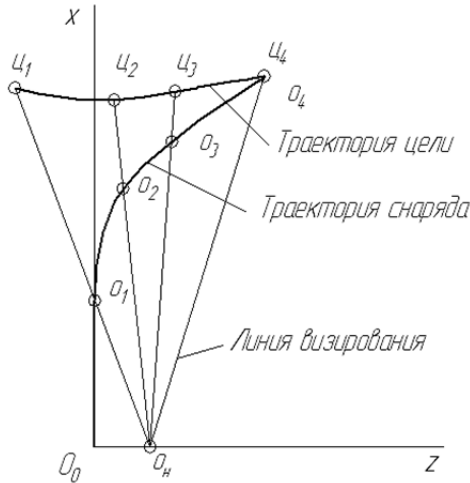


Рис. 14.2. Схема наведения по методу совмещения:

$O_0$  – точка старта;  $O_n$  – станция наведения

Как видим, коэффициент перегрузки является величиной векторной и может быть разложен на составляющие по осям выбранной системы координат, обычно по осям траекторной системы координат:

$$n_{X_k} = \frac{P_T - R_T}{mg}; \quad n_{Y_k} = \frac{P_N + R_N}{mg}; \quad n_{Z_k} = \frac{P_Z + R_Z}{mg}.$$

Величины нормальной перегрузки  $n_{Y_k}$  и боковой перегрузки  $n_{Z_k}$  связаны со скоростью полета и соответствующими радиусами кривизны траектории  $r_{Y_k}$  и  $r_{Z_k}$ : чем меньше радиус кривизны и чем больше скорость, тем больше перегрузка.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Назовите основные периоды явления выстрела.
2. Какими параметрами внутренней баллистики характеризуется артиллерийская система?
3. Назовите основные сорта бездымных порохов.
4. Перечислите физико-химические характеристики пороха.
5. Перечислите баллистические характеристики пороха.
6. Объясните механизм горения пороха.
7. От каких факторов зависит скорость горения пороха?
8. Что такое закон скорости горения пороха?
9. Назовите величину скорости горения пороха в орудии.
10. В чем заключается сущность геометрического закона горения пороха?
11. Что называется законом образования пороховых газов?
12. Что такое быстрота газообразования и от каких факторов она зависит?
13. Что называется полным пиростатическим давлением?
14. В каком виде во внутренней баллистике артиллерийского орудия применяется уравнение состояния газов?
15. Как изменяется при горении пороха свободный объем каморы?
16. Что такое приведенная длина свободного объема каморы?
17. От каких параметров зависит полное пиростатическое давление?
18. Какая сила является движущей силой при выстреле?
19. Как записывается уравнение поступательного движения снаряда?
20. Что учитывает коэффициент фиктивности?
21. Как изменяется угловая скорость снаряда при выстреле?
22. Для чего используется уравнение вращательного движения снаряда?
23. Что выражает собой основное уравнение пиродинамики?
24. Какие работы совершают пороховые газы при расширении?

25. Какие выводы можно сделать из формулы для предельной скорости снаряда?
26. Что такое коэффициент учета второстепенных работ?
27. В чем состоит содержание основной задачи внутренней баллистики?
28. Перечислите допущения, принимаемые при решении основной задачи внутренней баллистики.
29. Дайте характеристику системе уравнений при аргументе  $t$ .
30. Какие существуют методы решения основной задачи внутренней баллистики?
31. Как можно решить систему уравнений внутренней баллистики во втором периоде?
32. Почему в методе профессора Слухоцкого в качестве аргумента берется величина  $z$ ?
33. Как изобразится график зависимости скорости снаряда в функции от  $z$ ?
34. Какие упрощения исходной системы уравнений делаются в методе Слухоцкого?
35. С помощью какой функции вычисляют время движения снаряда в первом периоде?
36. От каких факторов будут зависеть ошибки приближенного аналитического метода профессора Слухоцкого?
37. Какие требования предъявляются к системе уравнений, используемой для составления таблиц внутренней баллистики?
38. Какие особенности имеет система уравнений внутренней баллистики при аргументе  $x$ ?
39. Какую роль играет во внутренней баллистике параметр заряжения профессора Дроздова?
40. От каких параметров зависят пиродинамические элементы?
41. Как устроены таблицы внутренней баллистики ГАУ?
42. Из каких частей состоит РДТТ?
43. Для чего предназначен сопловой блок?
44. Опишите устройство заряда РДТТ.
45. В чем заключается принцип действия РДТТ?
46. Что такое реактивная сила?
47. От каких факторов зависит реактивная сила?
48. Перечислите рабочие характеристики РДТТ.
49. В чем состоят особенности явления выстрела в РДТТ?

50. Перечислите основные процессы, происходящие в камере РДТТ.
51. Как зависит скорость горения заряда от скорости потока газов в камере?
52. От каких факторов зависит секундный приход пороховых газов?
53. От каких факторов зависит секундный расход пороховых газов?
54. Как изменяются параметры состояния газа вдоль сопла?
55. Для чего необходимо знать зависимость давления в камере РДТТ от времени?
56. Как можно рассчитать зависимость давления от времени?
57. Что такое равновесное давление?
58. От каких факторов зависит величина равновесного давления?
59. Приведите пример регулирования величины равновесного давления.
60. Назовите предмет и задачи дисциплины «Внешняя баллистика».
61. Почему движение снаряда или ракеты рассматривается как независимое движение центра масс и движение относительно центра масс?
62. Перечислите фамилии ученых, внесших основной вклад в становление и развитие внешней баллистики.
63. Движение снаряда в пустоте, параболическая теория, основные выводы параболической теории.
64. Настильные и навесные траектории, парабола безопасности.
65. Ускорение Кориолиса.
66. Земля и атмосфера, метеорологические факторы, влияющие на полет снаряда.
67. Международная стандартная атмосфера и нормальная артиллерийская атмосфера.
68. Физическая картина обтекания тела при его движении в атмосфере.
69. Аэродинамические силы и коэффициенты аэродинамических сил.
70. Дозвуковое и сверхзвуковое обтекание набегающим потоком.
71. Основные понятия об аэродинамической устойчивости невращающегося и вращающегося снаряда, центр давления.
72. Расчетное и опытное определение аэродинамических коэффициентов снарядов.



73. Формулы сопротивления воздуха движению артснарядов, баллистический коэффициент.
74. Эталонные законы сопротивления воздуха.
75. Испытательные полигоны, основные виды внешнебаллистических испытаний снарядов.
76. Системы уравнений, описывающие движение снаряда в воздухе при различных аргументах, уравнение годографа.
77. Силы и моменты сил, действующие на вращающийся снаряд.
78. Элементы теории гироскопов.
79. Движение твердого вращающегося тела под действием момента сил.
80. Расчет устойчивости и правильности полета вращающегося снаряда.
81. Баллистические сборники и таблицы.
82. Основные понятия теории поправок.
83. Особенности баллистики артиллерийских мин.
84. Баллистика авиационных бомб.
85. Баллистика неуправляемых ракет.
86. Основные понятия теории рассеивания при стрельбе.
87. Определение вероятных отклонений по результатам отстрелов.
88. Факторы, определяющие рассеивание.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Чурбанов Е.В.* Внутренняя баллистика: учебник. – Л.: Военная артиллерийская академия им. М.И. Калинина, 1975.
2. *Серебряков М.Е.* Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. – М.: Оборонгиз, 1962.
3. Внутренняя баллистика артиллерийского и стрелкового оружия / под ред. Б.В. Орлова. – М.: ЦНИИИТИ, 1975.
4. *Граве И.П.* Внутренняя баллистика. Пиродинамика. Вып. 1. – Л.: Арт-академия РККА, 1933.
5. Баллистика ствольных систем / РАРАН; В.В. Бурлов и др.; под ред. Л.Н. Лысенко и А.М. Липанова. – М.: Машиностроение, 2006. – 461 с.
6. Внутренняя баллистика РДТТ / РАРАН; А.В. Алиев и др.; под ред. А.М. Липанова и Ю.М. Мелехина. – М.: Машиностроение, 2007. – 504 с.
7. *Кириченко В.Д.* Баллистика. – Л.: Высшее артиллерийское инженерное училище, 1957.
8. *Дмитриевский А.А.* Внешняя баллистика. – М.: Машиностроение, 1972.
9. *Правдин В.М., Шанин А.П.* Баллистика неуправляемых летательных аппаратов. – Снежинск: Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 1999.
10. *Коновалов А.А., Николаев Ю.В.* Внешняя баллистика. – М.: ЦНИИ информации, 1979.
11. *Балаганский И.А.* Конспект лекций по дисциплине «Основы спецтехники и баллистики» / Новосиб. электротехн. ин-т. – Новосибирск, 1987.
12. *Гуськов А.В., Милевский К.Е., Сотенко А.В.* Внешняя баллистика: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение 1

### ТАБЛИЦА ФУНКЦИИ $T(bz, m)$

$\begin{matrix} m \\ \backslash \\ bz \end{matrix}$	8	9	10	11	12	13	14	15
0,0 <sup>0</sup> 05	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0,6932	0,6932	0,6932	0,6932	0,6932	0,6933	0,6933	0,6933
20	1,3864	1,3865	1,3865	1,3865	1,3865	1,3865	1,3866	1,3866
30	1,7920	1,7920	1,7921	1,7921	1,7921	1,7921	1,7922	1,7922
40	2,0798	2,0798	2,0798	2,0799	2,0799	2,0800	2,0800	2,0800
50	2,3030	2,3030	2,3031	2,3031	2,3032	2,3032	2,3033	2,3033
60	2,4854	2,4854	2,4855	2,4856	2,4856	2,4857	2,4857	2,4858
70	2,6395	2,6396	2,6397	2,6398	2,6398	2,6399	2,6400	2,6400
80	2,7732	2,7733	2,7734	2,7735	2,7735	2,7736	2,7737	2,7738
90	2,8911	2,8912	2,8913	2,8914	2,8914	2,8915	2,8916	2,8917
0,0 <sup>1</sup> 10	2,9965	2,9966	2,9967	2,9968	2,9969	2,9970	2,9971	2,9972
12	3,1790	3,1791	3,1792	3,1794	3,1795	3,1796	3,1797	3,1798
14	3,3333	3,3335	3,3336	3,3337	3,3339	3,3340	3,3341	3,3343
16	3,4670	3,4672	3,4673	3,4675	3,4676	3,4678	3,4680	3,4681
18	3,5850	3,5851	3,5853	3,5855	3,5857	3,5859	3,5860	3,5862
20	3,6905	3,6907	3,6909	3,6911	3,6913	3,6915	3,6917	3,6919
25	3,9140	3,9143	3,9145	3,9148	3,9150	3,9153	3,9155	3,9158
30	4,0967	4,0970	4,0973	4,0976	4,0979	4,0982	4,0985	4,0988
35	4,2513	4,2516	4,2520	4,2523	4,2527	4,2530	4,2534	4,2537
40	4,3852	4,3856	4,3860	4,3864	4,3868	4,3872	4,3876	4,3880
45	4,5034	4,5039	4,5043	4,5048	4,5052	4,5057	4,5061	4,5066
50	4,6092	4,6097	4,6102	4,6107	4,6112	4,6117	4,6122	4,6127
60	4,7923	4,7929	4,7935	4,7941	4,7947	4,7953	4,7959	4,7965
70	4,9465	4,9472	4,9479	4,9486	4,9493	4,9500	4,9507	4,9514
80	5,0816	5,0824	5,0832	5,0840	5,0848	5,0856	5,0864	5,0872
90	5,2002	5,2011	5,2020	5,2029	5,2038	5,2047	5,2056	5,2065
0,0 <sup>2</sup> 10	5,3003	5,3013	5,3023	5,3033	5,3043	5,3054	5,3064	5,3074
12	5,4903	5,4915	5,4927	5,4939	5,4951	5,4963	5,4975	5,4987
14	5,6462	5,6476	5,6490	5,6504	5,6519	5,6533	5,6547	5,6561
16	5,7812	5,7828	5,7844	5,7860	5,7876	5,7892	5,7908	5,7925
18	5,9006	5,9024	5,9042	5,9060	5,9078	5,9096	5,9115	5,9133
0,0 <sup>2</sup> 20	6,0075	6,0095	6,0116	6,0136	6,0156	6,0176	6,0197	6,0217

Окончание таблицы

$m$ — $bz$	8	9	10	11	12	13	14	15
0,0 <sup>25</sup>	6,2347	6,2372	6,2398	6,2423	6,2448	6,2474	6,2499	6,2525
30	6,4211	6,4241	6,4272	6,4302	6,4333	6,4363	6,4394	6,4425
35	6,5793	6,5829	6,5864	6,5900	6,5936	6,5971	6,6007	6,6043
40	6,7169	6,7210	6,7251	6,7291	6,7332	6,7373	6,7415	6,7456
45	6,8418	6,8463	6,8509	6,8556	6,8602	6,8648	6,8695	6,8741
50	6,9482	6,9533	6,9584	6,9636	6,9687	6,9739	6,9791	6,9843
60	7,1387	7,1449	7,1511	7,1573	7,1635	7,1697	7,1760	7,1823
70	7,3011	7,3083	7,3156	7,3229	7,3302	7,3375	7,3439	7,3508
80	7,4429	7,4512	7,4596	7,4679	7,4763	7,4847	7,4932	7,5017
90	7,5690	7,5784	7,5878	7,5973	7,6068	7,6163	7,6259	7,6356
0,010	7,6827	7,6932	7,7037	7,7143	7,7249	7,7356	7,7463	7,7571
12	7,8819	7,8946	7,9073	7,9201	7,9330	7,9460	7,9591	7,9723
14	8,0530	8,0679	8,0830	8,0981	8,1134	8,1287	8,1442	8,1598
16	8,2037	8,2208	8,2380	8,2554	8,2730	8,2907	8,3085	8,3265
18	8,3388	8,3583	8,3780	8,3980	8,4181	8,4384	8,4588	8,4795
20	8,4616	8,4835	8,5057	8,5280	8,5507	8,5735	8,5966	8,6200
25	8,7308	8,7590	8,7876	8,8165	8,8458	8,8755	8,9056	8,9361
30	8,9569	8,9914	9,0264	9,0620	9,0982	9,1350	9,1723	9,2103
35	9,1576	9,1988	9,2408	9,2836	9,3272	9,3716	9,4170	9,4631
40	9,3388	9,3871	9,4364	9,4868	9,5383	9,5910	9,6449	9,6999
45	9,5054	9,5611	9,6181	9,6766	9,7366	9,7980	9,8611	9,9257
50	9,6609	9,7243	9,7895	9,8565	9,9254	9,9963	10,069	10,144
60	9,9473	10,027	10,110	10,196	10,284	10,376	10,471	10,570
70	10,211	10,309	10,412	10,518	10,629	10,745	10,866	10,992
80	10,460	10,579	10,703	10,833	10,970	11,113	11,263	11,421
90	10,700	10,840	10,989	11,146	11,311	11,486	11,672	11,868
0,10	10,934	11,099	11,275	11,461	11,660	11,872	12,098	12,339
12	11,396	11,619	11,859	12,118	12,398	12,701	13,029	13,386
14	11,866	12,158	12,479	12,831	13,218	13,643	14,113	14,632
16	12,355	12,735	13,157	13,629	14,157	14,749	15,413	16,163
18	12,878	13,365	13,917	14,544	15,260	16,078	17,016	18,094
20	13,447	14,067	14,784	15,615	16,582	17,712	19,034	20,587
25	15,167	16,290	17,659	19,335	21,396	23,944	27,104	31,042
30	17,569	19,613	22,255	25,695	30,202	36,139	44,001	54,473
35	21,178	24,976	30,229	37,557	47,855	62,423	83,151	112,80
40	27,267	34,745	45,898	62,693	88,201	127,23	187,32	280,37
45	36,998	51,801	75,816	115,20	180,36	289,04	471,49	779,59
50	55,632	87,507	144,28	246,58	432,68	773,93	1404,0	2574,2
55	93,420	167,63	314,36	607,94	1201,1	2409,6	4888,6	10004
60	178,03	368,64	792,39	1746,0	3913,3	8880,3	20343	46952
65	390,04	945,00	2354,6	5979,6	15395	40055		
70	1026,7	2931,8	8576,7	10270	61588			
75	3336,0	11528	40654					
0,80	14616	63444						

ТАБЛИЦЫ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ ГАУ

Давление

$\Delta = 0,65$

$\Delta \backslash B$	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
0,1	2902	2644	2435	2266	2127	2011	1913	1828	1754
0,2	4265	3855	3529	3254	3021	2823	2654	2509	2384
0,3	5145	4607	4183	3833	3539	3290	3078	2896	2739
0,4	5666	5049	4561	4163	3833	3555	3318	3114	2938
0,5	5938	5286	4768	4343	3991	3694	3441	3224	3037
0,6	5927	5389	4857	4419	4054	3746	3484	3261	3069
0,7	5255	5299	4851	4413	4048	3740	3478	3255	3064
0,8	4713	4751	4785	4372	4011	3704	3442	3218	3026
0,9	4267	4305	4340	4292	3946	3646	3387	3164	2973
1,0	3890	3925	3957	3988	3869	3576	3320	3101	2914
1,5	2659	2689	2719	2749	2779	2810	2841	2721	2558
2,0	1995	2018	2040	2063	2086	2109	2132	2156	2179
2,5	1584	1602	1620	1638	1656	1674	1692	1711	1730
3,0	1304	1319	1333	1348	1363	1378	1393	1408	1424
3,5	1103	1116	1128	1141	1153	1166	1179	1192	1205
4,0	953	964	974	985	996	1007	1018	1029	1041
4,5	835	844	854	864	874	884	894	904	914
5,0	742	750	759	768	777	786	795	803	812
5,5	667	675	683	691	699	706	714	722	730
6,0	605	612	619	626	633	640	647	654	661
6,5	553	559	565	571	578	584	591	597	603
7,0	508	514	519	525	531	537	543	549	555
7,5	469	475	480	486	491	496	502	507	513
8,0	436	441	446	451	456	461	466	471	476
9	381	385	389	394	398	402	407	411	416
10	337	341	344	348	352	356	360	364	368
11	301	305	308	312	315	319	322	326	329
12	272	276	279	282	285	288	291	294	297
13	248	251	254	256	259	262	265	268	271
14	228	230	232	235	237	240	243	245	248
15	209	212	214	217	219	222	224	226	229
16	194	197	199	202	204	206	208	210	213
17	181	183	185	188	190	192	194	196	198
18	169	171	173	175	177	179	181	183	185
19	159	161	162	164	166	168	170	171	173
20	149	151	152	154	156	158	160	161	163
$\Delta_k$	0,582	0,685	0,799	0,928	1,073	1,239	1,429	1,643	1,881
$p_k$	6064	5386	4785	4252	3779	3357	2978	2639	2335
$\Delta_m$	0,582	0,649	0,647	0,645	0,643	0,641	0,638	0,636	1,634
$p_m$	6064	5395	4864	4424	4058	3750	3488	3265	3072

ТАБЛИЧНЫЕ СКОРОСТИ

$$v = v_{\text{табл}} \sqrt{\frac{\omega}{\varphi q}} \quad \Delta = 0,65$$

$\Delta$ \ B	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
0,1	236	227	220	214	209	204	200	197	194
0,2	407	389	374	362	351	341	332	324	317
0,3	558	529	506	487	471	457	444	432	422
0,4	689	653	623	597	576	558	543	529	515
0,5	803	764	729	698	672	649	630	613	596
0,6	903	863	826	791	760	732	708	687	668
0,7	992	951	912	875	840	808	779	754	733
0,8	1069	1028	987	948	911	876	844	816	793
0,9	1134	1094	1051	1011	972	936	903	874	849
1,0	1189	1150	1106	1064	1025	989	956	927	901
1,5	1376	1345	1313	1280	1246	1211	1177	1144	1112
2,0	1496	1470	1444	1416	1387	1357	1325	1291	1258
2,5	1582	1559	1534	1508	1483	1457	1429	1398	1367
3,0	1649	1628	1605	1581	1557	1533	1508	1481	1453
3,5	1703	1683	1661	1639	1617	1594	1571	1547	1522
4,0	1749	1729	1709	1688	1667	1645	1623	1600	1577
4,5	1788	1768	1749	1729	1709	1688	1666	1645	1623
5,0	1821	1802	1783	1764	1744	1724	1703	1683	1663
5,5	1850	1832	1813	1795	1776	1756	1736	1717	1698
6,0	1875	1858	1810	1822	1804	1785	1766	1747	1728
6,5	1898	1882	1865	1847	1829	1811	1793	1774	1755
7,0	1920	1904	1886	1869	1851	1834	1816	1798	1780
7,5	1939	1923	1906	1889	1872	1855	1837	1820	1802
8,0	1956	1940	1924	1908	1891	1874	1857	1840	1822
9	1987	1971	1956	1940	1924	1908	1892	1876	1859
10	2014	1999	1984	1969	1954	1939	1923	1907	1891
11	2038	2024	2009	1995	1980	1965	1950	1934	1918
12	2060	2046	2032	2017	2003	1989	1973	1958	1942
13	2079	2065	2052	2038	2024	2009	1994	1979	1964
14	2096	2082	2069	2055	2042	2028	2013	1999	1984
15	2111	2098	2086	2072	2059	2045	2031	2017	2002
16	2125	2113	2100	2087	2074	2061	2047	2033	2019
17	2139	2127	2114	2101	2088	2075	2061	2048	2034
18	2152	2140	2127	2114	2102	2089	2075	2062	2048
19	2163	2151	2138	2126	2114	2101	2088	2075	2061
20	2173	2161	2149	2137	2125	2112	2099	2086	2073
$\Delta_K$	0,582	0,685	0,799	0,927	1,073	1,239	1,429	1,643	1,881
$v_{\text{табл. K}}$	890	939	985	1029	1071	1112	1151	1188	1224
$\Delta_m$	0,582	0,649	0,647	0,645	0,648	0,641	0,638	0,636	0,634
$v_{\text{табл. m}}$	890	906	866	829	794	763	735	711	690
$\Delta$ \ B	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7

ТАБЛИЧНЫЕ ВРЕМЕНА

$$t = t_{\text{табл}} t_0 \sqrt{\frac{\varphi q}{\omega}} \cdot 10^{-6} \quad \Delta = 0,65$$

$\Delta \backslash B$	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
0,1	138	141	144	147	149	151	153	155	156
0,2	169	174	178	182	185	188	191	193	194
0,3	190	195	200	205	210	214	218	221	224
0,4	206	212	218	223	229	234	239	243	246
0,5	219	226	233	239	245	251	256	260	264
0,6	232	239	246	253	259	265	270	275	279
0,7	243	251	259	266	272	278	283	288	293
0,8	254	262	270	277	284	290	296	301	306
0,9	263	272	280	287	294	301	308	314	319
1,0	272	281	289	297	305	312	319	325	331
1,5	310	321	330	338	347	356	364	371	378
2,0	346	357	367	377	386	395	404	412	420
2,5	379	390	401	412	422	431	440	449	458
3,0	411	422	434	445	455	464	474	484	493
3,5	441	453	465	476	486	496	506	516	526
4,0	471	483	495	506	517	527	537	548	558
4,5	499	512	524	535	546	557	567	578	589
5,0	526	540	552	563	575	586	597	608	619
5,5	554	567	579	591	603	615	626	638	649
6,0	580	594	607	619	631	643	655	667	679
6,5	607	621	634	646	659	671	683	696	708
7,0	633	647	660	673	686	698	711	724	736
7,5	659	673	687	700	713	725	738	751	764
8,0	684	699	713	726	739	752	765	778	791
9	735	750	764	777	791	804	818	831	845
10	785	800	814	828	842	856	870	884	898
11	835	850	864	878	893	907	921	936	951
12	884	899	914	928	943	957	972	987	1003
13	932	948	963	978	993	1007	1022	1038	1054
14	980	996	1012	1027	1042	1057	1072	1088	1104
15	1027	1044	1060	1076	1091	1106	1122	1138	1154
16	1074	1091	1108	1124	1140	1155	1171	1188	1204
17	1121	1138	1155	1172	1188	1204	1220	1237	1253
18	1168	1185	1202	1219	1236	1252	1269	1286	1302
19	1214	1232	1249	1266	1283	1300	1316	1333	1351
20	1260	1278	1295	1313	1330	1347	1364	1382	1400
$\Delta_k$	0,582	0,685	0,799	0,927	1,073	1,239	0,429	1,643	1,881
$t_{\text{табл. к}}$	230	250	270	290	311	333	357	383	410
$\Delta_m$	0,582	0,649	0,647	0,645	0,653	0,641	0,638	0,636	0,634
$t_{\text{табл. m}}$	230	244	252	259	265	270	275	280	281
$\Delta \backslash B$	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7

ТБР

$$v_d = v_{\text{табл. д}} \sqrt{\frac{\omega}{\varphi q}}$$

$$\Delta = 0,65$$

$\Lambda_d$ \ / \ $p_m$	3200	3600	4000	4400	4800	5200	5600	6000
1,0				1062	1100	1134	1162	1185
1,5		1192	1240	1278	1308	1333	1355	1373
2,0	1280	1339	1382	1414	1439	1460	1478	1493
2,5	1388	1440	1478	1506	1530	1550	1566	1579
3,0	1471	1519	1553	1578	1601	1619	1634	1646
3,5	1537	1581	1613	1637	1658	1675	1689	1701
4,0	1592	1632	1663	1686	1706	1722	1735	1747
4,5	1638	1676	1705	1727	1746	1761	1774	1786
5,0	1677	1712	1741	1762	1780	1795	1808	1819
5,5	1711	1745	1773	1793	1810	1825	1837	1848
6,0	1741	1775	1801	1821	1837	1852	1863	1874
6,5	1768	1801	1826	1846	1862	1876	1887	1897
7,0	1792	1824	1848	1868	1884	1898	1909	1918
7,5	1814	1845	1869	1888	1904	1917	1928	1937
8,0	1834	1864	1888	1907	1922	1934	1945	1954
9	1870	1899	1921	1939	1954	1966	1976	1986
10	1902	1929	1951	1968	1982	1994	2004	2014
11	1929	1956	1977	1994	2007	2019	2028	2038
12	1953	1980	2000	2017	2029	2041	2050	2059
13	1974	2001	2021	2037	2049	2060	2069	2078
14	1994	2020	2039	2055	2067	2077	2086	2095
15	2012	2037	2056	2071	2083	2093	2102	2110
16	2028	2052	2071	2086	2098	2108	2117	2124
17	2043	2067	2086	2100	2112	2122	2131	2138
18	2057	2081	2099	2113	2125	2135	2144	2151
19	2070	2094	2112	2125	2136	2146	2155	2162
20	2082	2105	2123	2136	2147	2157	2165	2172
$\Lambda_K$	1,723	1,348	1,104	0,937	0,818	0,727	0,653	0,592
$v_{\text{табл. к}}$	1200	1135	1080	1033	992	956	924	895
$B$	1,634	1,457	1,319	1,206	1,114	1,037	0,969	0,910
$\Lambda_d$ \ / \ $p_m$	3200	3600	4000	4400	4800	5200	5600	6000



**Балаганский Игорь Андреевич**

**ОСНОВЫ БАЛЛИСТИКИ И АЭРОДИНАМИКИ**

**Учебное пособие**

Редактор *И.Л. Кескевич*  
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*  
Корректор *И.Е. Семенова*  
Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*  
Компьютерная верстка *С.И. Ткачева*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции  
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

---

Подписано в печать 27.11.2017. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.  
Уч.-изд. л. 11,62. Печ. л. 12,5. Изд. № 212. Заказ № 1509. Цена договорная

---

Отпечатано в типографии  
Новосибирского государственного технического университета  
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20